

北海道大学大学院環境科学院
地球圏科学専攻
大気海洋物理学・気候力学コース

令和8年度大学院修士課程入学試験問題
専門科目

問題1と2は必答問題、問題3～6は選択問題である。必答問題2問は必ず解答すること。選択問題は、数学1問・物理学1問・地球物理学2問、計4問出題されている。その中から1問を選択し、解答すること。1問につき1枚の解答用紙を使用し、解答用紙には問題番号を記入すること。

令和7年8月

問題 1 : 必答問題

問 1 3 次元直交直線座標系 (x, y, z) における関数 $\phi = ax + by + cz$ とベクトル $\boldsymbol{v} = (\sin \phi, e^\phi, \log \phi)$ について以下を求めよ。

- (a) $\nabla \phi$
- (b) $\nabla \cdot \boldsymbol{v}$
- (c) $\nabla \times \boldsymbol{v}$

問 2 積分に関する以下の問に答えよ。

- (a) 次の不定積分を求めよ。

$$\int e^x \sin x \, dx$$

- (b) 閉曲面 S で囲まれる領域の体積を V とする。

$$\frac{1}{3} \iint_S \boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{n} \, dS$$

を、ガウスの定理を利用して求めよ。ただし、 \boldsymbol{n} は S の外向き法線ベクトル、 \boldsymbol{r} は位置ベクトル $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$ である。

問 3 $\cos i$ の値を e を用いて表せ。ただし、 i は虚数単位、 e は自然対数の底である。

問 4 次の微分方程式の解を求め、解の実部の概略を図示せよ。ただし、 i は虚数単位である。

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2i y = 0, \quad y(0) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} y = 0$$

問題 2 : 必答問題

問 1 図 1 に示すように、質量 m の物体を、半径 R 、質量 M 、慣性モーメント I をもつ滑車に糸でつるす。滑車は軸の摩擦なく自由に回転でき、糸は滑車の外周に巻き付けられ、回転中も糸と滑車との間に滑りが生じないものとする。また、糸の質量およびたるみは無視できるものとする。物体を静止させた状態から手を離すと、滑車は回転を始め、物体は鉛直下向きに加速度 a で運動を始めた。重力加速度の大きさは g とする。

- (a) 物体の速度 v と滑車の角速度 ω 、および物体の加速度 a と滑車の角加速度 α の関係を書け。
- (b) 糸の張力を T として、物体の運動方程式、および滑車の回転の運動方程式を立てよ。
- (c) 加速度 a を m, g, R, I を用いて表せ。
- (d) 滑車の質量を M とし、以下の 2 つの滑車の構造を考慮する。
 - ケース 1 : 質量が一様に分布している滑車
 - ケース 2 : 質量が中心部に集中している滑車

他の条件 m, g, R, M は同じとしたとき、どちらの滑車を用いた場合に加速度が大きくなるか。理由を付けて答えよ。

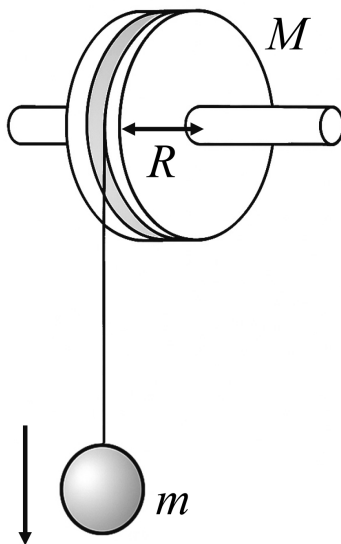


図 1: 模式図

問 2 媒質中の変位が次の式で与えられる波を考える。

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

ただし、 A は振幅、 k は波数、 ω は角振動数を表し、いずれも正の定数である。

- (a) この波の波長、周期、位相速度をそれぞれ求めよ。また、山や谷などの波形は時間とともに x 軸の正の方向に進むか、負の方向に進むかを述べよ。
- (b) 媒質の変位 $y(x, t)$ から、媒質の速度および加速度を求めよ。
- (c) 波数および角振動数がそれぞれ $k + \Delta k$, $\omega + \Delta\omega$ および $k - \Delta k$, $\omega - \Delta\omega$ である 2 つの波

$$y_1(x, t) = A \cos[(k + \Delta k)x - (\omega + \Delta\omega)t]$$

$$y_2(x, t) = A \cos[(k - \Delta k)x - (\omega - \Delta\omega)t]$$

を考える。ただし $\Delta k > 0$, $\Delta\omega > 0$ かつ $\Delta k \ll k$, $\Delta\omega \ll \omega$ とする。

これら 2 つの波の重ね合わせ $y_1(x, t) + y_2(x, t)$ を、以下の和積の公式を用いて整理せよ。

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

- (d) $x = 0$ における波の重ね合わせ $y_1(0, t) + y_2(0, t)$ の時間変化を、横軸に t 、縦軸に $y_1(0, t) + y_2(0, t)$ をとって図示せよ。図示する際には、波の振動と、その振幅が時間方向 (t 方向) にゆっくり変化する様子 (包絡線) を合わせて描くこと。 $t = 0$ を始点として、包絡線の変化が 1 周期分含まれる時間範囲を取ること。図は概略的な形で構わない。
- (e) 振動数がわずかに異なる 2 つの音波が重なり合うことで生じる“音のうなり”と呼ばれる現象について、波の重ね合わせの性質をもとに簡単に説明せよ。

問題 3 : 選択問題・数学

2 行 2 列の行列 X について、以下の方程式を解く。

$$X^2 - 5X + 3I = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$$

ただし I は単位行列である。以下の問に答えよ。

問 1 $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$ について、 $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$ を満たす $\lambda_1, \lambda_2, P, P^{-1}$ を求めよ。

問 2 関数 $f(x) = x^2 - 5x + 3$ について、 $f(x) = \lambda_1$ の根を r_1 、 $f(x) = \lambda_2$ の根を r_2 とし、行列 $R = \begin{pmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{pmatrix}$ を考える。このとき、

$$R^2 - 5R + 3I = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$$

が成り立つことを、左辺の成分を計算することで示せ。

問 3 問 1 で求めた P と P^{-1} 、および問 2 の R より、 PRP^{-1} を考えると、これが上記の行列 X についての方程式の解となる。このことを示せ。

問 4 問 1 で答えた λ_1, λ_2 に対して、問 2 の R を全て求めよ。

問 5 X を全て求めよ。

問題 4：選択問題・物理学

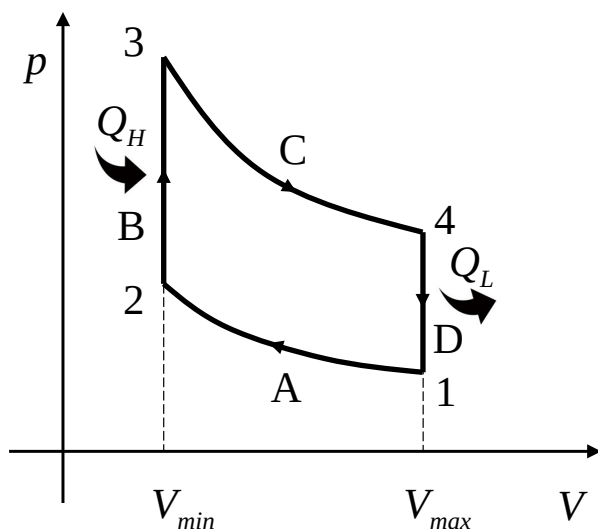
内部に 1 モルの理想気体を閉じ込めた熱機関に対して、図のような 4 つの過程からなるサイクルを考える。気体の圧力を p 、温度を T 、体積を V とする。

過程 A：温度 T_1 の状態 1 から断熱的に圧縮し、温度 T_2 の状態 2 とする。

過程 B：高温の熱浴から熱 Q_H を吸収し、状態 2 から温度 T_3 の状態 3 に変化させる。
このとき熱機関の体積は V_{min} で一定に保つ。

過程 C：温度 T_3 の状態 3 から断熱的に膨張し、温度 T_4 の状態 4 とする。

過程 D：低温の熱浴に熱 Q_L を放出し、状態 4 から温度 T_1 の状態 1 に変化させる。このとき熱機関の体積は V_{max} で一定に保つ。



ここで気体定数を R 、定積モル比熱を C_v 、定圧モル比熱を C_p とし、比熱比を $\gamma = C_p/C_v$ とする。次の問に答えよ。

- 問 1 定積モル比熱と定圧モル比熱の間にはどのような関係が成り立つか表せ。
- 問 2 断熱過程では T と V にどのような関係が成り立つか、比熱比 γ を用いて導出過程とともに示せ。
- 問 3 過程 B で吸収した熱 Q_H と過程 D で放出する熱 Q_L を、温度 $T_1 \sim T_4$ を用いてそれぞれ求めよ。
- 問 4 このサイクルについて、高温の熱浴から吸収した熱 Q_H は、低温の熱浴に放出する熱 Q_L と仕事にかわる。このときこのサイクルの熱効率 η を温度 $T_1 \sim T_4$ を用いて表せ。

- 問 5 このサイクルの熱効率 η を圧縮比 $\epsilon = V_{max}/V_{min}$ と比熱比 γ を用いて表せ。また、このサイクルの最大体積 V_{max} が 100 L、最小体積 V_{min} が 10 L であるとしたとき、熱効率 η の値を求めよ。ここで、この気体について $\gamma = 1.3$ とし、 $10^{1.3} \simeq 20$ を使ってよいものとする。

問題 5：選択問題・地球物理学

図 1 は 2018 年 6 月 3 日の午前 9 時（日本時間）における天気図である。図 2 は気象衛星「ひまわり」の同時刻の観測から得られた画像である。図 3 は釧路（位置は図 1 に示す）における同時刻の高層気象観測の結果である。以下の問に答えよ。

問 1 風は空気塊に働く力（圧力傾度力、コリオリ力、摩擦力など）のバランスによって生じる。図 3 に釧路で観測された風ベクトルを示す。図 1 の天気図も参考にして、次の 2 つの問に答えよ。

- (a) 上空（800～700 hPa 付近）において観測された風ベクトルの特徴を、空気塊に働く力を図示した上で説明せよ。
- (b) 地上付近（1000 hPa 付近）において観測された風ベクトルの特徴を、空気塊に働く力を図示した上で概説し、(a) との違いについて説明せよ。

問 2 2018 年 6 月 3 日に日本海では北海道の西側の海上に、太平洋では三陸沖から北海道の南側の海上にかけて霧が発生した。次の 4 つの問に答えよ。

- (a) 三陸沖から北海道の南側の海上は霧が発生しやすい場所として知られている。その理由を説明せよ。
- (b) 気象衛星「ひまわり」の可視画像には雲による太陽光の反射光が反映されるのに対し、赤外画像には雲頂の温度が反映される。このことを踏まえ、図 2 に示される可視画像と赤外画像の違いから分かることを、特に破線の枠で示される海域に注目して述べよ。
- (c) 釧路においても午前中に霧が観測された。図 3 に示す高層気象観測の結果から、どの高度まで霧が生じていたと考えられるか、およそその高度をその理由とともに答えよ。
- (d) 霧が昼頃に消失した場合、考えられる理由を挙げ説明せよ。

問 3 一般に、逆転層が接地している場合、地上からの放射冷却によって地表面・大気境界層下部が冷やされることで逆転層が生じたと考えることができる。ある日の 18 時の時点で晴天であったが、その後、放射冷却によって逆転層と霧が観測された場合を考える。この日の地表面の平均有効放射量は 100 W m^{-2} であった（有効放射量とは地表から大気への放射量より、大気からの地表への放射量を差し引いた放射量である）。また、この日の 18 時の気温は 20°C 、露点温度は 9°C であった。地表から霧が発生した高度まで（霧発生層）の空気の単位面積あたりの比熱容量は $1.0 \times 10^5 \text{ J m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ とする。以下の 2 つの問に答えよ。

- (a) 18 時以降は無風であり平均有効放射量の全てが霧発生層の気温の低下に寄与し、霧発生層内で鉛直一様に気温が低下すると仮定した場合、1 時間あたり気温が何 K 低下すると見積もられるか、計算せよ。
- (b) 霧が発生したと考えられるおよその時刻を計算せよ。

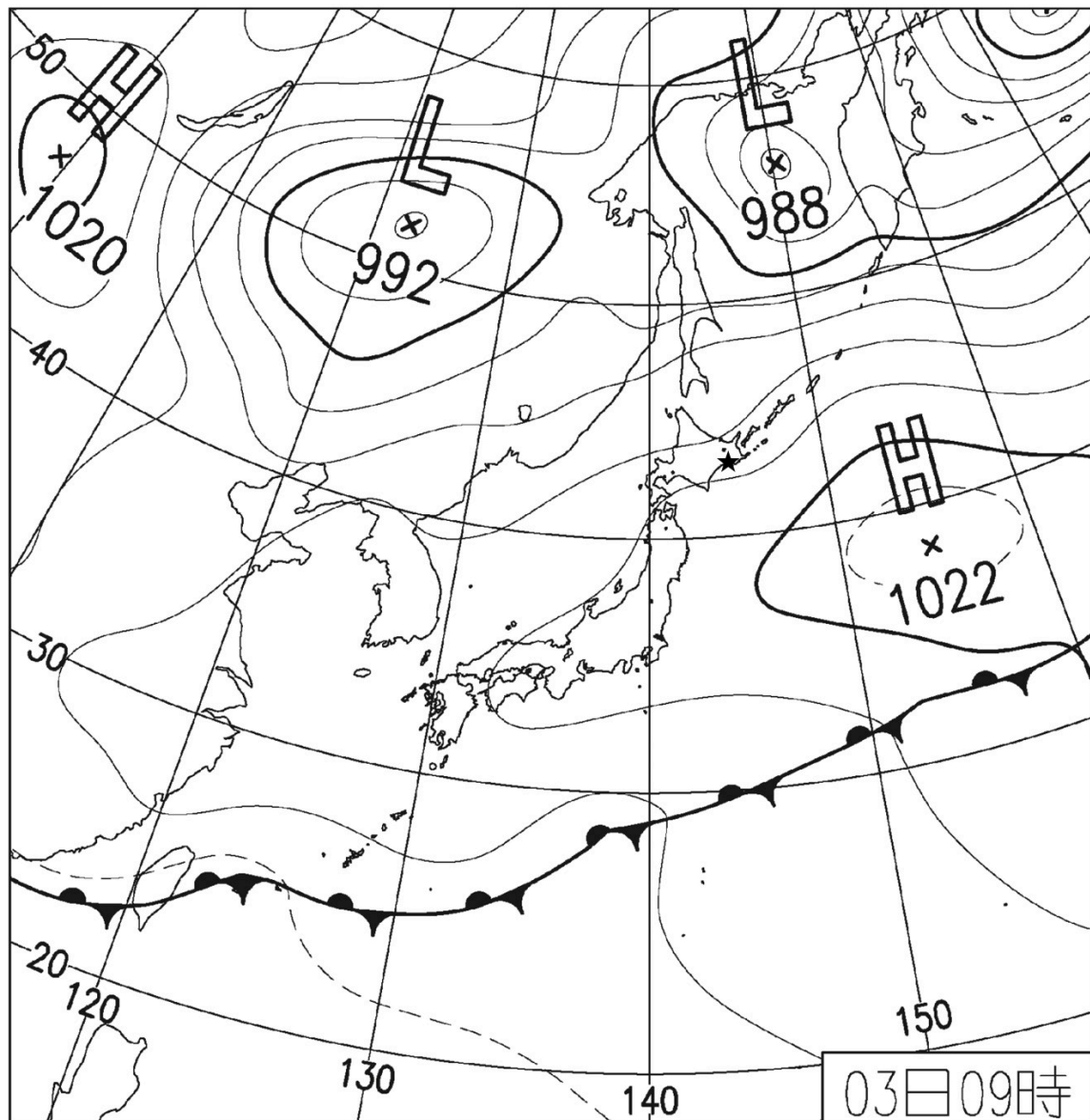


図 1: 2018 年 6 月 3 日、午前 9 時（日本時間）の天気図。星印は釧路の位置を表す。（気象庁, 日々の天気図, No. 197 に加筆）

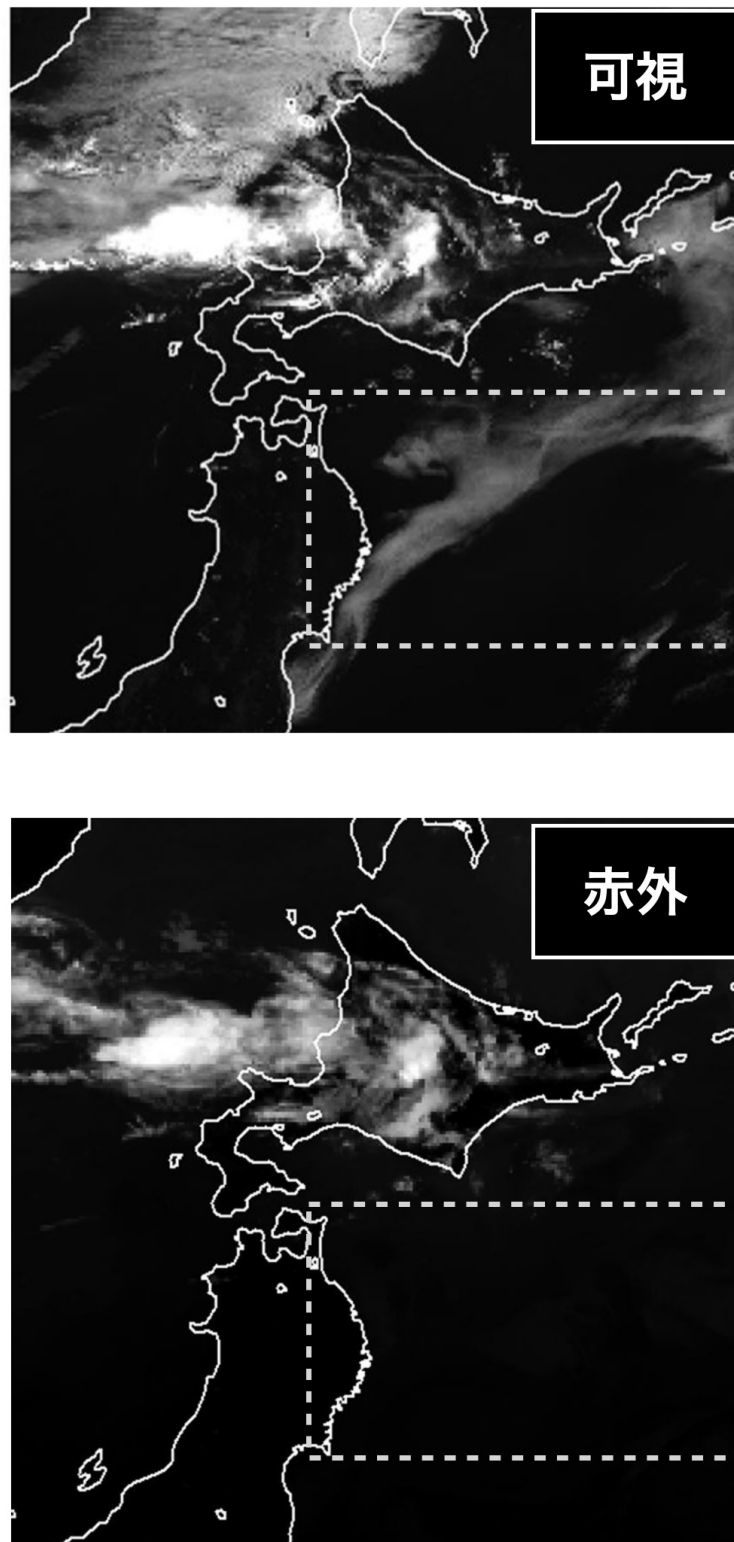


図 2: 気象衛星「ひまわり」による 2018 年 6 月 3 日、午前 9 時（日本時間）の観測画像。可視画像（上）。赤外画像（下）。破線の枠は三陸沖から北海道の南側の海域を表す。可視画像は太陽光の反射光が強い場合に明るく、赤外画像は雲頂温度が低い場合に明るく色づけされている。（天気 65, 「今月のひまわり画像」に掲載されたものに加筆）

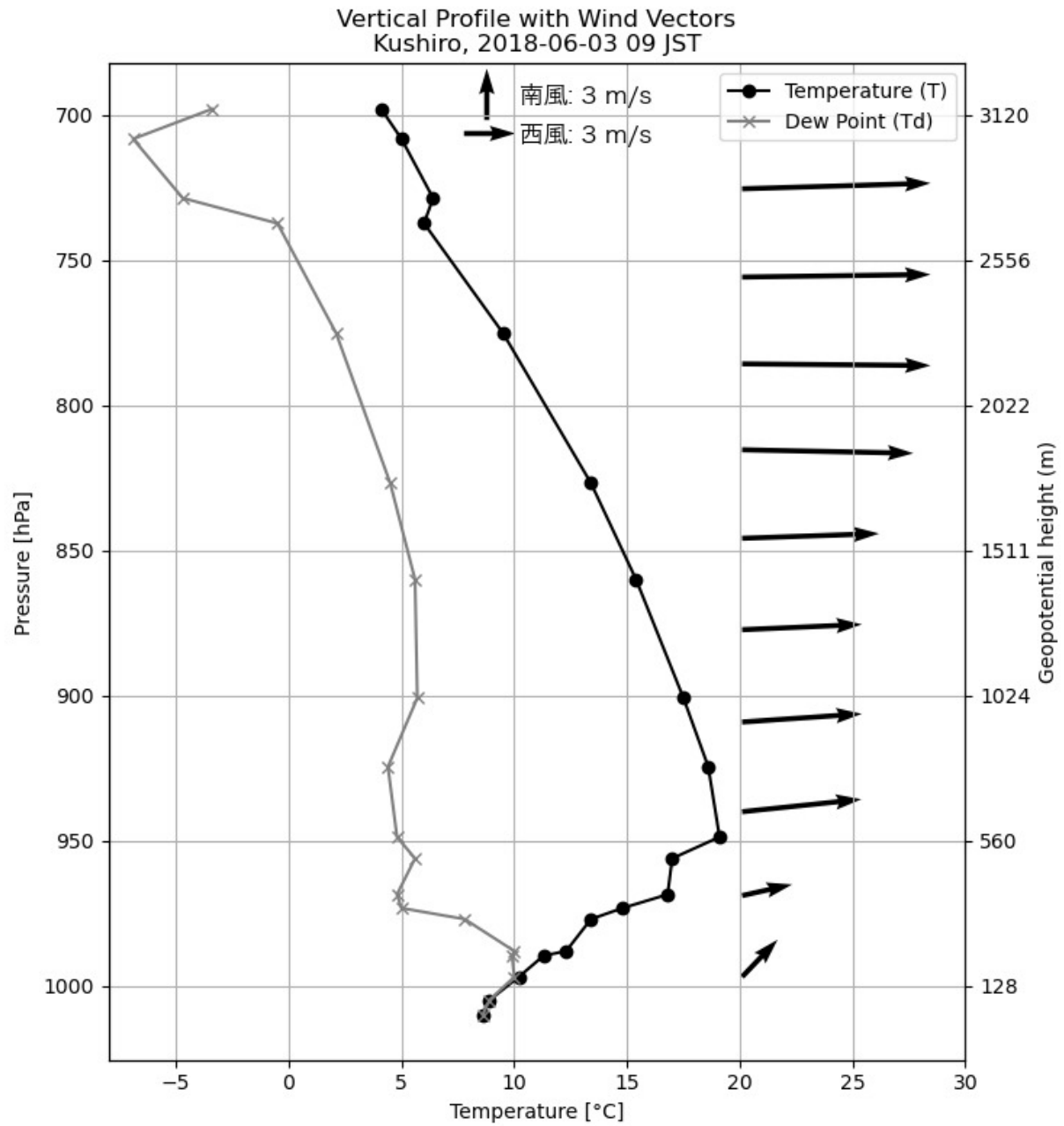


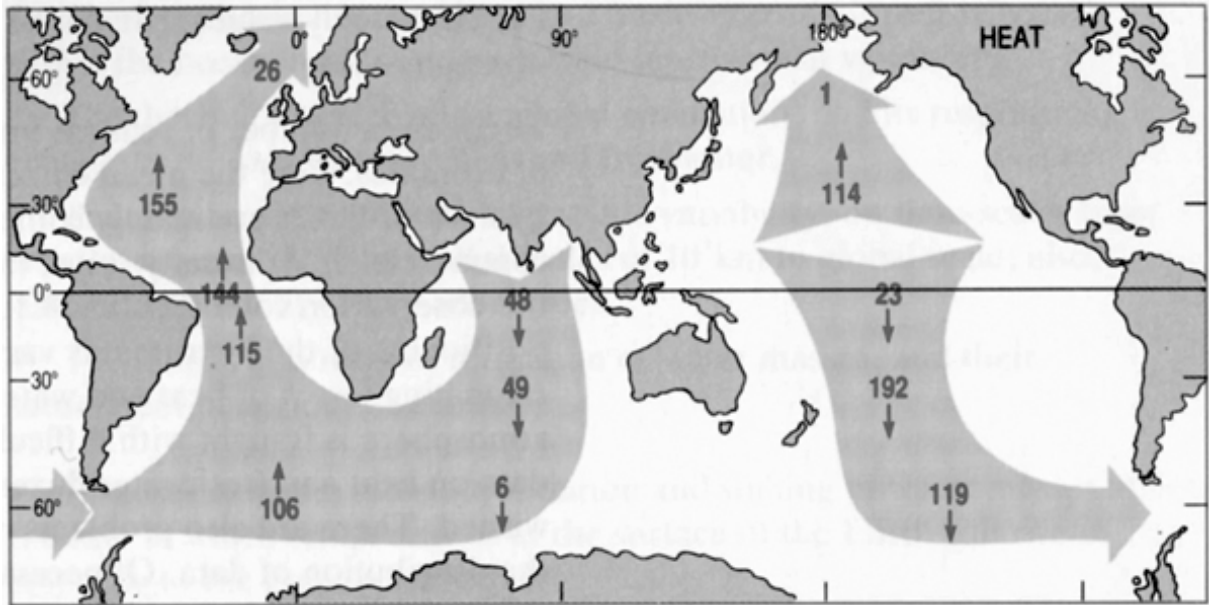
図 3: 釧路における 2018 年 6 月 3 日、午前 9 時（日本時間）の高層気象観測の結果。縦軸は左が気圧 (hPa)、右がジオポテンシャル高度 (m)、横軸は温度 (°C) を表す。黒丸と黒線は気温 T (°C)、× 印と灰色の線は露点 T_d (°C) を表す。右側の矢印は風ベクトルを表す。右向きの風ベクトルは西風、上向の風ベクトルは南風を意味する。（気象庁、高層気象観測データより描画）

問題 6：選択問題・地球物理学

図 1 は、各大洋の海洋全層（海面から海底までの積分）での、(a) 熱と (b) 淡水の正味の南北方向の輸送を表している。淡水の場合、南極大陸からの輸送以外は、各大洋のある緯度帯を横切る塩分の正味の南北輸送を計算し、それを淡水の輸送に変換して示しており、淡水と塩分の輸送は符号が逆になる。これらの図に基づいて、以下の問に答えよ。

- 問 1 (a) の図より、北半球・南半球全体として、低緯度と高緯度間の熱の輸送は概ねどうなっているか？ また、そうなる理由を説明せよ（合わせて 40-80 字程度で）。
- 問 2 (a) の図より、低緯度と高緯度間の熱輸送の方向が逆の大洋が一つだけある、それはどこか？ また、なぜそのようになるかを海洋深層循環の観点から説明せよ（合わせて 60-120 字程度で）。
- 問 3 (b) の図より、北半球・南半球全体として、低緯度と高緯度間の淡水の輸送は概ねどうなっているか？ また、そうなる理由を説明せよ（合わせて 60-120 字程度で）。
- 問 4 (b) の図より、低緯度と高緯度間の淡水輸送の方向が逆の大洋が一つだけある、それはどこか？ また、なぜそのようになるかを大気との間の水循環の観点から説明せよ（合わせて 80-160 字程度で）。
- （ヒント：大西洋の方が太平洋より（蒸発量－降水量）が大きく塩分が高い。）
- 問 5 (b) の図において、南極大陸からの淡水の輸送があるが、これは何によるものか？ また、その輸送が近年どう変化していて、それがどのような地球規模の問題を引き起こしつつあるかを説明せよ（合わせて 60-120 字程度で）。

(a) 熱 単位は 10^{13} W



(b) 淡水 単位は 10^3 tonnes sec^{-1}

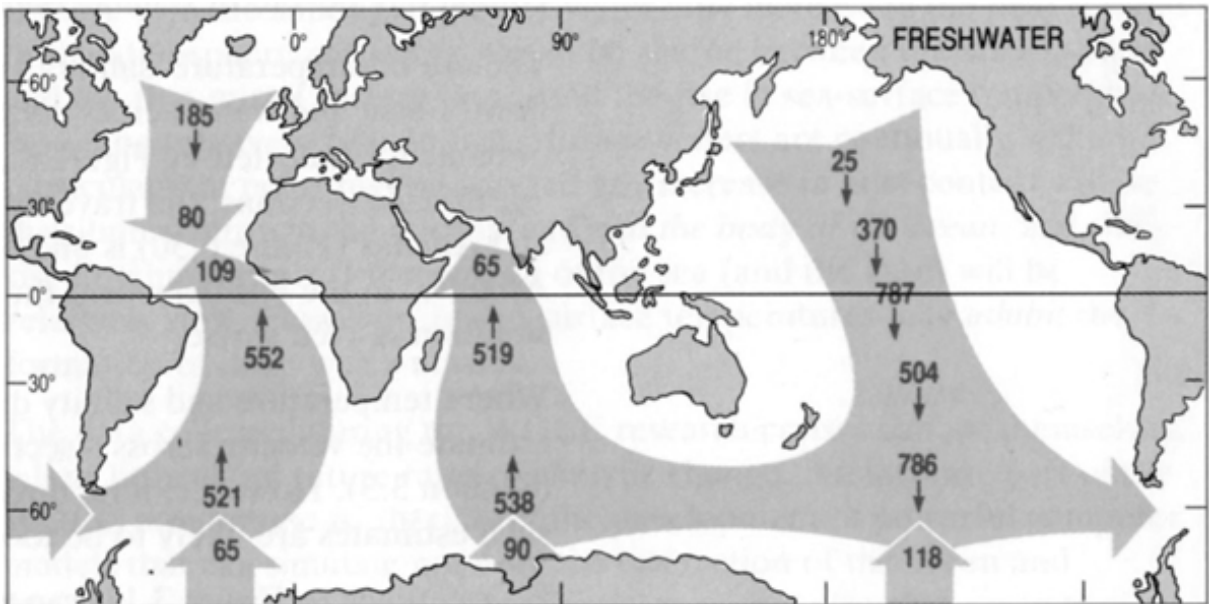


図 1: 海洋による (a) 熱と (b) 淡水の正味の南北輸送。(The Open University: Ocean Circulation, Pergamon Press の図を加筆)