

北海道大学大学院環境科学院
地球圏科学専攻
大気海洋物理学・気候力学コース

令和7年度大学院修士課程入学試験問題
専門科目

問題1と2は必答問題、問題3~6は選択問題である。必答問題2問は必ず解答すること。選択問題は、数学1問・物理学1問・地球物理学2問、計4問出題されている。その中から1問を選択し、解答すること。1問につき1枚の解答用紙を使用し、解答用紙には問題番号を記入すること。

令和6年8月

問題1：必答問題

問1 以下の微分方程式を解け。

(a) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = 0$

(b) $\frac{dy}{dx} + xy = 0$

問2 $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x} dx$ を求めよ。

問3 3次元空間における原点からの距離を r とし、 \mathbf{i} を単位ベクトル $(1, 0, 0)$ とする。
 $\nabla \times (\mathbf{i} \times \nabla r^2)$ を求めよ。

問4 以下の問に答えよ。

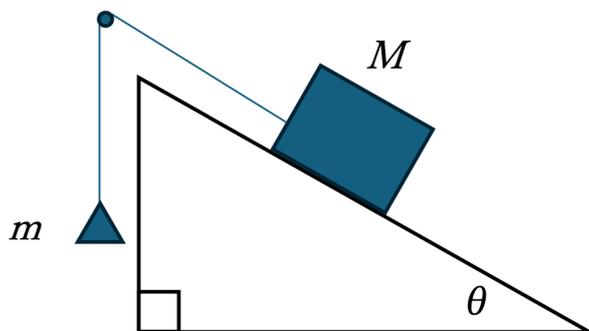
(a) 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ。

(b) 行列 A による一次変換により円 $x^2 + y^2 = 1$ はどのような図形に変換されるか図示せよ。

問題2：必答問題

問1 下図の様に θ の角をなす斜面上に質量 M の物体が置いてあり、質量 m の重りをつけたロープが、斜面に平行になるように滑らかな定滑車を介して繋がっている。定滑車とロープの質量は無視でき、ロープは伸び縮みしないものとする。物体を手で静止させた状態から静かに手を離したところ、物体は斜面を滑り上がった。重力加速度の大きさを g 、物体の加速度の大きさを a 、ロープの張力を T 、物体と斜面の動摩擦係数を μ として、以下の問に答えよ。

- (a) 物体と重りそれぞれについて運動方程式を書け。
- (b) 加速度の大きさ a と張力 T を求めよ。
- (c) 物体が滑り上がるための条件を求めよ。
- (d) 物体の高さが H_1 、速さが v_1 になったときにロープがちぎれた。その後、物体は斜面を滑り上がり続け、ロープがちぎれたときの位置から斜面に沿って距離 L 離れた高さ H_2 ($H_2 > H_1$) の位置で、物体の速さは v_2 になった。 v_2 を v_1, g, μ, θ, L を用いて表せ。



問2 フィギュアスケートの選手が競技中に回転ジャンプやスピンをする場面を考える。以下の問に答えよ。

- (a) 質量 $m = 50 \text{ kg}$ の選手がトリプルアクセル (3回転半) のジャンプをした。選手の回転軸まわりの慣性モーメントは $I = 2 \text{ kg m}^2$ で、滞空時間は 0.6 秒 であった。回転軸まわりの角運動量を求めよ。
- (b) 同じ選手がクワッドアクセル (4回転半) のジャンプを成功させるのに必要な回転エネルギーは、トリプルアクセルのジャンプの何倍か。慣性モーメントと滞空時間は (a) と同じと仮定する。

- (c) 選手がスピンをしている際、体の一部を変化させ角速度を変化させた。変化前の回転軸まわりの慣性モーメント $I_1 = 1 \text{ kg m}^2$ 、角速度は 2 rad s^{-1} であり、変化後の慣性モーメント $I_2 = 4 \text{ kg m}^2$ であったとする。回転軸まわりの角速度の変化量を示すとともに、選手はどの様に体の一部を変化させたかを予想し説明せよ。

問3 理想気体が断熱変化をした。変化前の圧力と体積を P_1, V_1 、変化後を P_2, V_2 、比熱比を γ とするとき、理想気体がした仕事を求めよ。

問題3：選択問題・数学

以下の問に答えよ。

問1 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y + Q(x)y^2 + R(x) = 0$$

が、変換

$$y = \frac{1}{Q(x)u} \frac{du}{dx}$$

によって二階線形微分方程式になることを示せ。ここで、 $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ は、 x の関数で、 $Q(x)$ は、微分可能で、かつ、恒等的に0ではないものとする。

問2 問1の結果を用いて、

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} + xy^2 + \frac{1}{x} = 0$$

を解け。

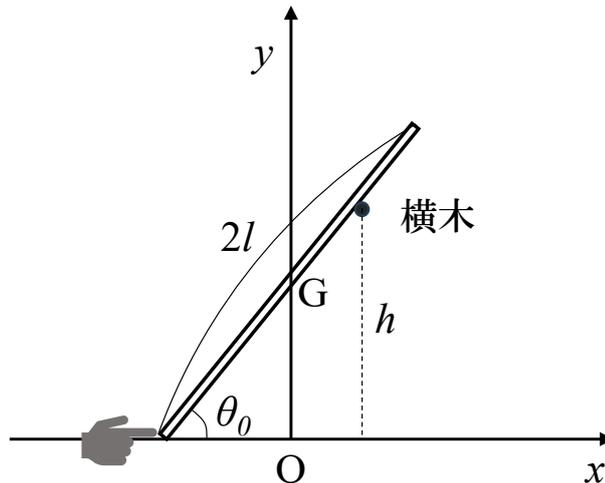
問題4：選択問題・物理学

滑らかな水平面上に設置した、質量 M 、長さ $2l$ の細い一様な棒の運動に関する以下の問に答えよ。ここで、水平面内に x 軸をとり、鉛直方向に y 軸をとるものとする。初期に棒の重心 G がこの y 軸上にくるように静止させる。また重力加速度の大きさを g とする。

まず、図のように棒を角度 θ_0 傾けた状態で水平面上に設置する。棒を滑らかな横木で水平面からの高さ h の位置で支え、下端を水平方向に F の力をかけて支え、滑らないように静止させた。高さ h は重心の高さより高く、上端の高さより低いものとする。

問1 棒の端を回転軸とする棒の慣性モーメント I_E 、および重心を回転軸とする棒の慣性モーメント I_G を求めよ。

問2 下端にかける力 F を求めよ。



次に、横木をはずし、同時に下端にかけた力 F を取り除くと、棒は滑りながら倒れる。倒れているときの棒と水平面のなす角度は θ とする。

問3 棒が水平面から受ける抗力はどの向きに働くか述べよ。また、棒の重心はどのように運動するか述べよ。

問4 棒の角度が θ のときの重心の速さを v 、重心周りの角速度を ω とする。このとき、並進の運動エネルギーと重心周りの回転の運動エネルギーをそれぞれ求めよ。また横木をはずした直後との位置エネルギーの差を求めよ。

問5 問4で求めた力学的エネルギーが保存することより、棒が水平面に倒れる直前の角速度 ω_f はいくらになるか、 $\sin \theta_0$, l , g を用いて表せ。

問題5：選択問題・地球物理学

問1 図1は左が2002年1月の月平均、右が2002年1月8日の日平均した北半球500 hPa面の高度分布図である。以下の問に答えよ。

- (a) 月平均場をみると北極付近を中心に、地球を蛇行しながら1周する等値線がみられる。北極側は低気圧か高気圧のどちらになっているか答えよ。
- (b) 図中のA点では地衡風バランスで風が吹いている。A点では東向きの風(西風)、西向きの風(東風)のどちらが吹いているか、理由を付けて答えよ。
- (c) 図中のA点とB点を比べると、風速が強いのはどちらか、理由を付けて答えよ。
- (d) 月平均場でみられる高度場の蛇行は、大気中のある波動によって引き起こされている。その波動の名前を答えよ。
- (e) 日平均場と月平均場では高度場の構造が異なる。どのような違いがみられるか、理由をつけて答えよ。

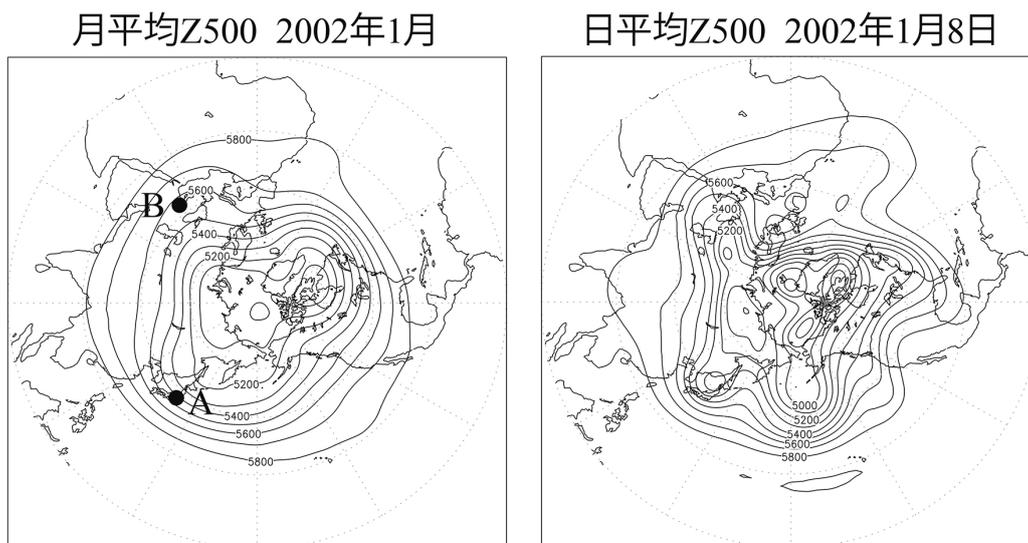


図1: 北半球500 hPaの高度分布図。(左)2002年1月の月平均場、(右)2002年1月8日の日平均場。単位はm。

問2 図2に示すように地球を半径 a の球と見なす。ある緯度 ϕ で地面に対して東西速度 u で動いている単位質量の空気塊を考える。地球は西から東へ角速度 Ω で自転している。なお、考えている空気塊の地面からの高度は地球半径に比べて十分に小さく、摩擦、粘性は無視する。

- (a) 地球外(絶対空間)から眺めた場合、緯度 ϕ における固体地球の表面の速度を、 a, Ω, ϕ を用いて表せ。
- (b) 絶対空間からみた空気塊の速度は (a) の解に東西速度 u を加えたものになる。単位質量あたりの空気塊が持つ絶対角運動量は、回転軸からの距離に絶対空間からみた速度を掛けたものである。緯度 ϕ における絶対角運動量を a, Ω, ϕ, u を用いて表せ。
- (c) 赤道上で 60 m s^{-1} の東風 ($u = -60 \text{ m s}^{-1}$) の空気塊が絶対角運動量を保存したまま北緯 30 度に移動した場合の東西風 u を有効数字2桁で求めよ。ただし $a = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$, $\Omega = 7.3 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$, $\sqrt{3} = 1.73$ とする。

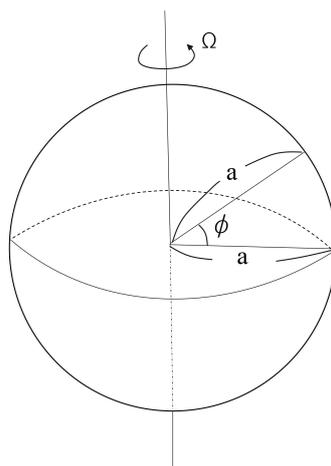


図2: 地球を半径 a の球と見なした場合の模式図。角速度 Ω で西から東へ回っている。 ϕ は緯度を示す。

問題6：選択問題・地球物理学

図1は黒潮の東西断面を2層で近似したものである。上層の密度を ρ_0 、下層の密度を $\rho_0 + \Delta\rho$ とし、実線が上下層の境界面（密度境界面）である。地衡流近似が成り立ち、下層には流れがないとして、上層の南北方向の流れを考える。以下の間に答えよ。

問1 地衡流近似では、ある2つの力がバランスしている。その2つの力とは何と何か。

問2 以下の物理量の東西分布はどのようになるか、地点A-Fとの位置関係がわかるように、概略を図示せよ。

- (a) 海面高度（静止海面からのずれ）
- (b) 海面での流速の南北方向成分（北向きか南向きかも示して）
- (c) 海面下100 mでの流速の南北方向成分（北向きか南向きかも示して）

問3 $\Delta\rho/\rho_0 = 2/1000$ のとき、CとDの海面高度の差を求めよ。

問4 コリオリパラメーターを $0.75 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ （北緯31度相当）、重力加速度の大きさを 10 m s^{-2} として、CD間（距離40 km）の南北方向の流速を地衡流の関係から求めよ

問5 黒潮は亜熱帯循環における西岸境界流である。海洋の大規模な循環には、このような循環のほかに、海洋深層まで及ぶような別の機構による循環もある。それぞれ何循環というかを記し、両者の循環の違いを駆動力、循環の空間スケール、時間スケールなどの観点から説明せよ。

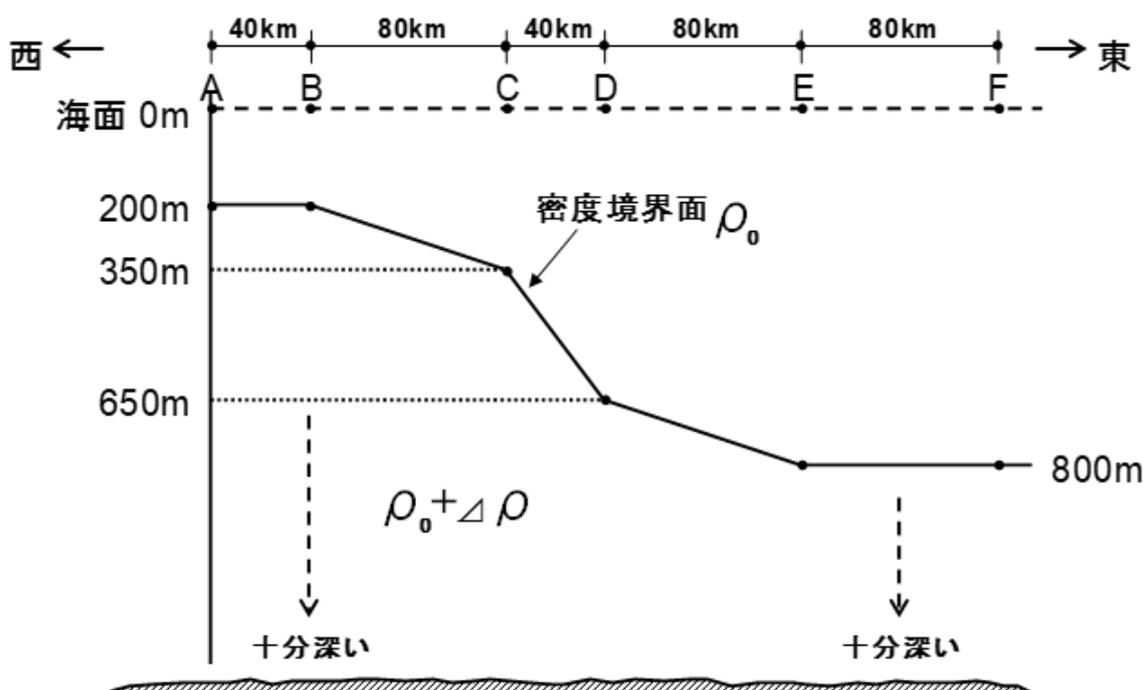


図1: