

北海道大学大学院環境科学院
地球圏科学専攻
大気海洋物理学・気候力学コース

令和7年度大学院修士課程秋季特別入試
基礎学力試験

数学・物理学(古典物理学)より計2問出題されている。その全てに解答すること。1問につき1枚の解答用紙を使用し、解答用紙には問題番号を記入すること。

令和6年11月

問題1

問1 以下の不定積分を求めよ。ただし、 n は正の整数である。

$$\int x^n \log x \, dx$$

問2 3次元直交直線座標系 (x, y, z) におけるベクトル $\mathbf{k} = (0, 0, 1)$ と $\mathbf{v} = (\sin y, \sin x, e^{-z})$ について以下を求めよ。

(a) $\mathbf{k} \times \mathbf{v}$

(b) $\nabla \cdot \mathbf{v}$

(c) $\nabla \times \mathbf{v}$

問3 方程式 $e^z = 2i$ を満たす複素数 z を全て求め、 $z = a + bi$ の形で記せ。ただし、 a, b は実数、 i は虚数単位とする。

問4 次の微分方程式

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + ay = 0, \quad y(0) = 0, \quad \frac{dy}{dx}(0) = 2$$

を、以下の場合について解き、解の概略を図示せよ。

(a) $a = -1$

(b) $a = 1$

問題 2

問 1 人工衛星が地球を中心とする半径 $r = 4R_E$ の円運動をしている。ここで、 R_E は地球の半径で $R_E = 6.4 \times 10^6$ m である。このとき、人工衛星が地球を周回する周期を求めよ。ただし、地球表面での重力加速度の大きさを $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ とする。
 ($g = \frac{GM_E}{R_E^2}$ であることを利用してもよい。ここで、 G は万有引力定数、 M_E は地球の質量である。)

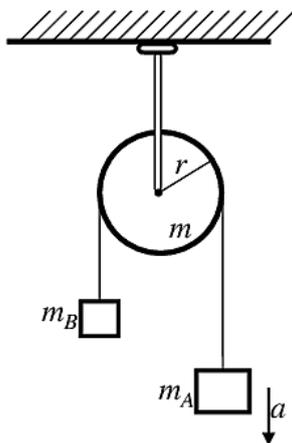
問 2 図のように、滑車を天井からつるし、滑車が自由に回転できるように滑車の中心を固定する。滑車に質量の無視できる伸び縮みしない糸をかけて、その糸の両側に質量 m_A と m_B ($m_A > m_B$) のおもり A とおもり B をそれぞれつるす。滑車の中心軸に摩擦は生じない。また、糸は滑車を滑らない。滑車は質量 m 、半径 r の一様な円盤とする。このときの、おもりの鉛直加速度を a とし、次の問に答えよ。

(a) おもり A に付いた糸にかかる張力を T_A 、おもり B に付いた糸にかかる張力を T_B とし、おもり A とおもり B の鉛直方向の運動方程式を書け。

(b) 滑車の慣性モーメントを I 、滑車の角加速度を α とし、滑車の回転に関する運動方程式を書け。

(c) a と α の関係式を書け。

(d) 滑車の慣性モーメント I は $\frac{1}{2}mr^2$ であることを用いて、 a を求めよ。



図

問 3 -20°C の氷 1 kg に、単位時間あたり一定の熱を加えて、 20°C の水とした。必要であった熱量はいくらか。また、この氷または水の温度の時間変化の概略図を示せ。なお、氷と水の比熱をそれぞれ $2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ 、 $4 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ とし、氷の融解熱を $3.2 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$ とせよ。