

北海道大学大学院地球環境科学研究科
大気海洋圏環境科学専攻
大循環力学講座 気候 デリング講座 極域大気海洋学講座

平成9年度大学院修士課程入学試験問題(2次)

専門科目

すべての問題に答えること。

数学・問題 A

n 次行列 A について 次の事柄を証明せよ。ただし、行列 B が正則とは $BX = XB = E$ (E は単位行列) となるような行列 X が存在することである。このとき、 X を B の逆行列という。

問 1 $A^2 = A$ 、 $A \neq E$ ならば A は正則ではない。

問 2 $A^k = 0$ となる自然数 k があれば、 A は正則ではない。

問 3 $A^k = 0$ となる自然数 k があれば、 $(A - E)$ は正則である。またこのとき、 $(A - E)$ の逆行列を示せ。

数学・問題 B

問 1 次の積分方程式を解き、 $x(t)$ を求めよ。

$$x(t) + \int_0^t e^{t-\tau} x(\tau) d\tau = 1 + t^2$$

問 2 次の微分積分方程式を解き、 $x(t)$ を求めよ。

$$dx/dt - 2x - 3 \int_0^t x(\tau) d\tau = 4$$

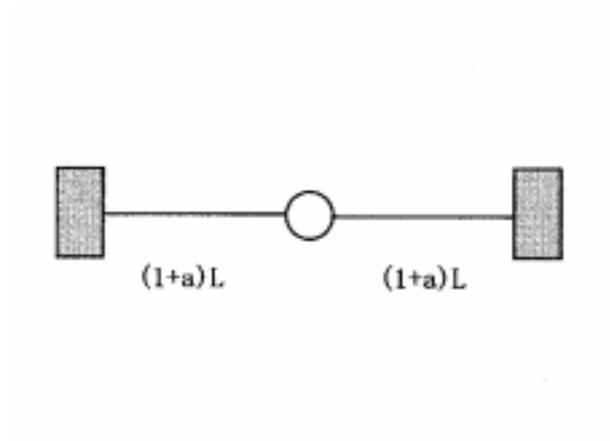
ただし、 $x(0) = 0$ とする。

物理・問題 A

質量を無視できるほど軽い 2 本のばねの一端を固定し、もう一端を aL だけ伸ばし、質点 m と連結させる (下図)。ここで、ばね常数を k とし、 L はばねの自然の長さである。 a は有限で、重力を無視しても良い。

問 1 質点を水平方向に変位させた場合の運動を記述せよ。

問 2 質点を鉛直方向に微小変位させた場合の運動を記述せよ。



物理・問題 B

熱力学の第 2 法則にはいろいろな表現がある。例えば、以下のような 2 つの表現がある。

1. 熱を低温から高温へ移し、その他に何の変化も残らないようにすることは不可能である。
2. 熱源から熱を吸収し、これを全部仕事に変えて外へ与え、それ自身はもとの状態に戻る装置 (第 2 種永久機関) をつくることはできない。

一方、「温度を決められた 2 つの熱源の間にはたらく可逆熱機関の効率はすべて等しく、不可逆機関の効率は可逆機関の効率より小さい」ということを ルノーの定理という。ここで、熱機関の効率とは高熱源からもらう熱量 Q のうちどれだけ仕事 W に使われたかを示すもので W/Q である。

熱力学の第 2 法則からカルノーの定理を証明せよ。