

北海道大学大学院環境科学院
地球圏科学専攻
大気海洋物理学・気候力学コース

平成30年度大学院修士課程秋季特別入試
基礎学力試験

数学・物理学(古典物理学)より計2問出題されている。その全てに解答すること。1問につき1枚の解答用紙を使用し、解答用紙には問題番号を記入すること。

平成29年10月

問題 1

問 1 以下の微分方程式を解け。

(a) $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = 0$

(b) $\frac{dy}{dx} = -xy$

問 2 次の式を満たす複素数 $z = x + iy$ (i は虚数単位、 x, y は実数) を、 x を横軸、 y を縦軸にとって図示せよ。

(a) $|z - 1| = 4$

(b) $|z - 1| + |z + 1| = 2\sqrt{2}$

問 3 以下の問に答えよ。

(a) 次の連立一次方程式が $x = y = z = 0$ 以外の解を持つとき、定数 a の値を求めよ。

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 0 \\ (a + 1)x + 2y - (a + 1)z = 0 \\ 5x - 2y - z = 0 \end{cases}$$

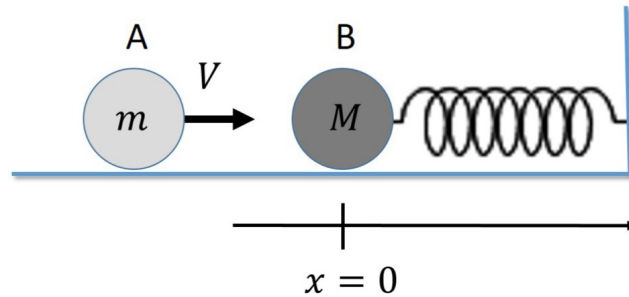
(b) 次の行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

問題 2

問 1 下図のように、水平な床面上を一定の速度 V で運動している質量 m の物体 A が、壁に固定されたバネの端に取り付けられた質量 M の物体 B に衝突し、その瞬間に合体した。合体後の物体を AB と呼び、このバネのバネ定数を k とする。ここで、 x 軸を床面上、図の矢印の向きにとり、物体 B は初期に $x = 0$ の位置にあって静止しているものとする。また物体 A、B の大きさおよび床との摩擦は無視してよいものとする。このとき、以下の問に答えよ。

- 合体直後の物体 AB の速度を求めよ。
- 物体 AB の x 軸方向の運動方程式を書け。
- 衝突してから、バネがもっとも縮んだときの x 軸上の位置と、物体 AB がもとの位置 ($x = 0$) に戻るまでの時間を求めよ。



問 2 温度 T_1 、質量 M の液体を、温度 T_2 、質量 M の同じ液体と混ぜて平衡状態にする。ここで、 $T_1 \neq T_2$ とし、この系はまわりからは熱的に絶縁されているとする。圧力を一定に保ったときの比熱（単位質量あたりの熱容量）を c_p とすると、混ぜる前後の系全体のエントロピーの変化は次式の通りとなり、その値は正である。

$$2Mc_p \log \frac{T_1 + T_2}{2\sqrt{T_1 T_2}} \quad (1)$$

以下の問に答えよ。

- この系全体のエントロピーの変化が正であることは、平衡に達するまでの過程が $\boxed{(A)}$ 過程であることを意味する。左記の (A) に当てはまる用語を書け。
- 平衡状態に達した時の温度を求めよ。
- 温度 T_1 および T_2 であった部分の液体のエントロピー変化をそれぞれ求めよ。
- 系全体のエントロピーの変化が (1) 式で表されることを導け。