吹雪の乱流拡散モデル

北海道大学 理学部
地球科学科 4 年 (22080160)
若尾 裕衣

指導教官名:山崎 孝治

1. はじめに

高緯度地域の、地表面が雪に覆われ、気温が 0℃より低く、風が強く吹く地域では、吹雪は共通の現象である。そのため、吹雪の調査研究は、国によっては古くから行われてきた。しかし、1930年頃までは、系統立った研究は見られなかった(前野ら 2000)。その後、1960 年代に入ると、吹雪に関する、系統的な研究が始められるようになった。吹雪は、風による雪の輸送と再配分によって、吹雪が起こる地域の水収支に大きな影響を与えることが知られている。この吹雪による雪の輸送量を計算するために、吹雪の数値モデルを構築し、輸送量を見積もる方法がある。他には、実測に基づく経験式が数多く提唱されている(根本・西村 2003)。吹雪の数値モデルには、さまざまなものがある。

本論文では、吹雪の運動形態に関して説明を行ったのち、吹雪の数値モデルのうち、乱流拡散モデルをとりあげ、さらに、その中の一つである PIEKTUK モデルについて詳しく述べる。また、そのモデルの中核をなしている、ガンマ分布の式を、プログラムを組み、計算した。その過程と結果を、4. ガンマ分布を計算する で述べる。

2. 吹雪の運動形態

地表面が雪に覆われているときに、風速がある値を超えると、風により雪面上の雪粒子が運動を始め、吹雪が起こる。吹雪の発生する風速は、気温、雪質、地形、その他の要因によって決定される。そのため、この風速を計算的に求めることは難しい。

吹雪の中での、雪粒子の運動は複雑である。これらの運動形態は一般的に、

(1) 転がり　(creep)
(2) 跳躍　(saltation)
(3) 浮遊　(suspension)

の 3 種類に分類できる。図1はこの 3 種類の運動形態を、模式的に表したものである。

「転がり」とは、雪面上の雪粒子が、風から受けた力によって転がる、または滑る運動である。

「跳躍」とは、雪粒子が、雪面上を跳躍しながら移動する運動である。雪粒子が、跳躍によって舞い上がる高さは、一般に数 cm から数 10 cm 程だと考えられており、粒子の跳躍している層の厚さは、風が強いほど、また雪粒子の半径が小さいほど大きくなる(前野ら 2000)。なお、「転がり」は、跳躍運動の初期段階だとして、「跳躍」に含められる場合もある。

跳躍運動の発達過程において、雪粒子のなかには、風の乱流によって、さらに高いところまで舞い上がるものが現れる。「浮遊」とは、このように、雪面から高く舞い上がる運動である。浮遊は、重力によって落下する粒子が、乱流から抵抗力を受けることによって生じる。そのため、質量の小さい粒子ほど、つまり粒子の半径が小さいものほど浮遊状態になりやすく、質量の大きい粒子ほど転がり、または跳躍運動を続けることになる。

浮遊層では、跳躍層とは違い、粒子の運動が、風の乱流に強く支配される。一般に、吹雪質量フラックス(風向きに垂直な単位面積を単位時間に通過する吹雪の質量)は、雪面付近で最も大きく、鉛直上方に向かうにつれ、指数関数的に減少する。したがって、跳躍運動は、吹雪のもっとも主要な運動形態とされている。しかし、吹雪中の視程の悪化が、主に浮遊運動によって起こっていることに加え、寒冷陸域での、比較的広範囲の積雪再配分は、主に浮遊による輸送に支配されていると考えられることなどを考慮すると、どの運動形態も重要であると推論できる(根本・西村 2003)。また、この浮遊による輸送は、塵やエアロゾルの乱流拡散とほぼ同じ現象と考えることができる(前野ら 2000)。

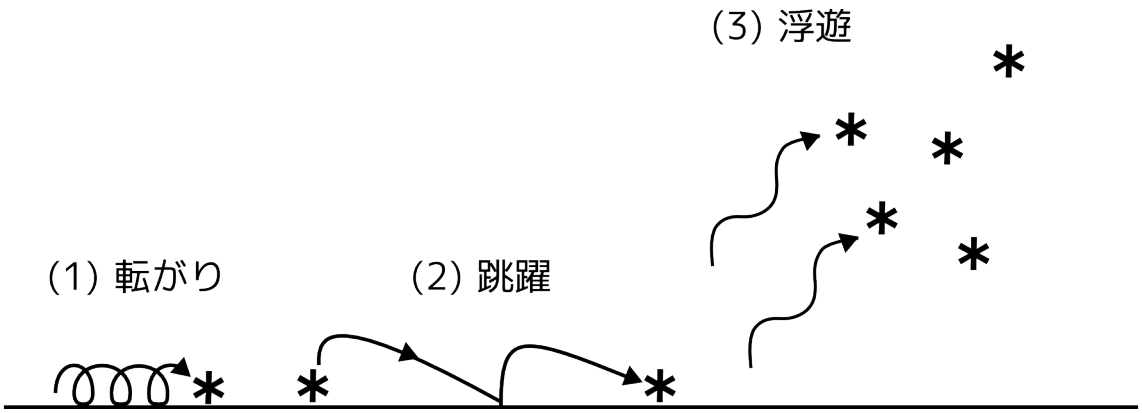

図 1:吹雪における雪粒子の運動形態の模式図。　運動形態は、転がり(creep)、跳躍(saltation)、浮遊(suspension)に分類できる。

3. PIEKTUK モデルの紹介

吹雪の３種類の運動形態の中で、「転がり」と「跳躍」が起こる跳躍層には運動力学理論が、「浮遊」が起こる浮遊層には乱流拡散理論がそれぞれ適用できる。そのため、吹雪の数値モデルには、跳躍層に着目した運動力学理論に基づくモデルと、浮遊層に着目した乱流拡散モデルの２種類がある。今回はその２種類のうち、乱流拡散モデルを取り上げる。

一般的な乱流拡散モデルでは、吹雪を空気(大気)と雪粒子からなる混層流として計算する。まず初めに、空気の乱流運動に関する方程式を解いて風の場を求める。次に、その風の場に応じて拡散方程式を解いて、吹雪の輸送量を計算する。現在ある様々な吹雪の乱流拡散モデルは、これを基本にして発展したものである。その乱流拡散モデルのひとつである、PIEKTUK を紹介する。

3.1. PIEKTUK

1990年代、多くの吹雪の数値モデルが開発された。そのなかの多くは、表面流における雪の侵食、輸送、沈着に着目したものだった。一方で、その他のモデルは、開けていて風が強く吹き、雪で覆われた地域の水文気象学的特徴として、吹雪の重要性を決定しようとしたものだった。この研究のために、Déry et al. (1998)は、数値モデルである PIEKTUK を開発した。PIEKTUK は、全ての予想量において、昇華の熱力学的なフィードバックを考えており、これが大きな特徴である。

PIEKTUK は1998年から現在までの間に、４つのバージョンが紹介されている。全てのバージョンに共通して PIEKTUK という名前が与えられており、この後にバージョンの特徴を表すアルファベット１文字がつく。発表された年代順に名前を挙げると、PIEKTUK-S、PIEKTUK-B、PIEKTUK-D、PIEKTUK-T、となる。

以下では、発表された年代順に紹介していく。

3.2. PIEKTUK-S

最初に開発された PIEKTUK である。Déry et al. (1998)が開発した PIEKTUK は２種類あった。一つは時間依存性のもの(PIEKTUK-T)で、もう一つは吹走距離に依存するもの(PIEKTUK-F)である。PIEKTUK-T の結果は、広大な雪に覆われた平地での、吹雪に伴う強風の始まりと関連し、一方で PIEKTUK-F の結果は、吹雪の限られた領域に適用できる。この２つをまとめて、PIEKTUK-S と呼ぶ。S はこのモデルがスペクトルモデルであるからだと思われる。

PIEKTUK-S では、浮遊している半径 r (m) の粒子の数密度 F(r, z, t) (m^{-4}) は次の式をみたす(Déry and Yau 1999)。

$$\frac{\partial F(r)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K(r)\frac{\partial F(r)}{\partial z} + v(r)F(r)\right) - \frac{\partial}{\partial r}(\dot{r}F(r)) \qquad (1)$$

これは、時間に依存し、水平方向に均一である場合の式である。ここで、時間は t (s) 、鉛直座標は z (m) で表されており、 $\dot{r}$ は昇華による半径の変化を表している。また、F(r, z, t)は F(r)と略した。式 (1) の右辺に３つの有効なプロセスが表されている。渦拡散係数 K(r) (m^2 s^{-1}) を持つ雪粒子の鉛直拡散、重力と抗力とのバランスから得られる終端速度が v(r) (m s^{-1}) である粒子の沈降、吹雪の昇華によるスペクトルの移動 $\frac{\partial}{\partial r}(\dot{r}F(r))$ (m^{-4} s^{-1}) の３つである。

Déry et al. (1998) では、乱流拡散係数を、粒子の慣性による運動量 K_m (m^2 s^{-1}) の渦拡散からの減少を ζ

とし、次のように表した。

$$K(r) = \zeta K_m \tag{2}$$

ζ の値は大きさに依存し、長さにおいては Déry et al. (1998) で議論されている。自然に近い条件では、以下のように仮定した。

$$K_m = u_* l \tag{3}$$

混合距離 l (m) は下の式で与えられる。

$$l = \kappa(z + z_0)\ [1 + \kappa(z + z_0)/l_{max}]^{-1} \tag{4}$$

これらの式で、 u_* (m s^{-1}) は摩擦速度、κ (= 0.4) はフォンカルマン定数であり、z_0 (m) は粗度長である。L の漸近値、40 m は l_{max} で表される(Déry and Yau 1999)。

PIEKTUK-S の結果は、他のモデルと比べて、昇華速度が熱力学的なフィードバックを無視した場合より大幅に小さい(2/3 ほど小さい)結果となった。そのため、昇華のプロセスが自己制限であると予測できる。また、昇華が起こっている時、周囲の大気の温度変化が小さい(ほぼ−0.5℃程度)にもかかわらず、関連する雪表面に近い湿度は大幅に増加することができ、さらに氷に対する飽和へ近づくかもしれないことを示した(Déry et al. 1998)。

3.3. PIEKTUK-B

PIEKTUK-S の次に作られたのが、PIEKTUK-B と呼ばれるバルクモデルである。前身のPIEKTUK-S よりも、計算効率を上げるために、バルク法を用いたバルクモデルとしてPIEKTUK-B を作った(Déry and Yau 1999)。B はこのモデルがバルクモデルであるからだと思われる。

2.3.1. 定式化

このモデル内では、吹雪における雪粒子を、氷の球だと仮定し、数密度分布関数 F(r) を仮定し、大気と雪粒子の混合比(q_b)を以下の式で表した。

$$q_b = \frac{4\pi\rho_{ice}}{3\rho}\int_0^\infty r^3 F(r)\,dr \tag{5}$$

ここで、ρ ice (=900 kg m^{-3}) は氷の密度を、 ρ (kg m^{-3}) は大気の密度である。

式 (1) に ($4\pi\rho_{ice}r^3/3\rho$) をかけ、r で 0 から無限大まで積分し、式 (5) に適用すると、下の式を得られる。

$$\frac{\partial q_b}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K_b\frac{\partial q_b}{\partial z} + v_b q_b\right) + S_b \tag{6}$$

ここで、K_b (m^2 s^{-1}) はバルク拡散係数、v_b (m s^{-1}) はバルク落下速度である。吹雪の昇華による影響を表すものは、q_b 中の S_b (kg kg^{-1} s^{-1}) である、これは後述する。v_b と K_b を得るためには、正確な数密度関数の形がわからなければならない。

Budd (1966) より、雪粒子は下のような 2 つのパラメータを持つガンマ分布に従うことが示されていた。

$$F(r) = \frac{N r^{(\alpha - 1)} \exp(-r/\beta)}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} \tag{7}$$

ここで、N (m^{-3}) は粒子の数密度の総和、α はガンマ分布のシェイプパラメータ、β (m) はガンマ分布のスケールパラメータである。α は次元を持たない値であり、PIEKTUK-S での実験から、高さに伴い少し変化することが分かっていた。今回は一定値と見なし、$\alpha = 2$ とした。

N の近似値を、以下のようにして、式 (1) の特解 N_sとした。まず、定常状態においての、例えば昇華が無いなどの、基本的な環境を次のように表す。

$$K(r) \frac{\partial F(r)}{\partial z} = -v(r) F(r) \tag{8}$$

この式を跳躍層の上端 z_sから積分し、$l \approx \kappa (z + z_0)$ と仮定して慣性の影響を無視する。すると、浮遊粒子の密度の標準的な式が得られる。

$$F(r, z) = F(r, z_s) \left[\frac{(z + z_0)}{(z_s + z_0)} \right]^{-v(r)/\kappa u_*} \tag{9}$$

式 (9) を r で0から無限大まで積分し、F(r) がガンマ分布によって与えられると仮定すると、次の式が得られる。

$$N_s = \int_0^{\infty} F(r, z_s) \left[\frac{(z + z_0)}{(z_s + z_0)} \right]^{-v(r)/\kappa u_*} dr \tag{10}$$

これより $N = kN_s$とした。k の値は、k = 3 のときが最も良い結果となった。

次にバルク終端速度について述べる。バルク終端速度は粒子の分布を特徴づけ、高さによって変化する。Kong and Yau (1997) の方法を用いると、次の式が得られる。

$$v_b = \frac{\int_0^{\infty} v(r) r^n F(r) dr}{\int_0^{\infty} r^n F(r) dr} \tag{11}$$

ここで、n は分布のモーメントである。何度かのテストの後、分布のモーメントは 5 次のものがよい結果となったので、n = 5 とした。

3.3.2. 拡散と昇華

前で言ったように、もう一つの雪の浮遊の量の表現は、バルク量である吹雪の混合比 q_bであり、それは式 (6) で表されている。しかし、式 (2) が慣性による粒子の渦拡散からの減少を含むことに注意しつつ、ζ を $K_b = K_m$ となるように仮定し、q_bによって渦拡散を表すことができるようにした。

吹雪の昇華のある柱状の領域の中で、熱と水蒸気を保存するために、2 つの予測式を、周辺の大気気温 T_a (K) と水蒸気混合比 q_v (kg kg^{-1}) に対して追加した。

$$\frac{\partial T_a}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_h \frac{\partial T_a}{\partial z} \right) + Q \tag{12}$$

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K_v \frac{\partial q_v}{\partial z}\right) + E \tag{13}$$

ここで、K_h は熱の渦拡散係数、K_v は水蒸気の渦拡散係数であり、K_mに等しい。水蒸気生成項 E (kg kg^{-1} s^{-1}) は昇華の影響のみをうけるため、-S_b と等しい。昇華による加熱率 Q (K s^{-1}) は、

$$Q = \frac{S_b L_s}{c_p} \tag{14}$$

という式で計算される。ここで、L_s (J kg^{-1})は昇華の潜熱、c_p (J kg^{-1} K^{-1}) は大気の熱容量である。ここでは、他の熱の作用は無視した。

次に、昇華項 Sb (kg kg^{-1} s^{-1}) について述べる。粒子への放射伝達を無視すると、昇華による個々の雪粒子の質量 m (kg) の変化は、

$$\frac{dm}{dt} = \frac{2\pi r Nu(q_v/q_{is} - 1)}{(F_k + F_d)} \tag{15}$$

と得られる。ここで、q_{is} (kg kg^{-1}) は氷に関する飽和水蒸気混合比、Nu はヌッセルト数、F_k (m s kg^{-1}) と F_d (m s kg^{-1}) は、それぞれ、相変化に関わる伝導項、拡散項を表す。

粒子のスペクトルのための昇華速度の総和を得るために、式 (15) に粒子の個数濃度をかけ、全ての半径において積分した。雪粒子がガンマ分布に従うと仮定すると、バルク昇華速度が以下のように得られる。

$$S_b = \frac{q_b Nu(q_v/q_{is} - 1)}{2\rho_{ice} r_m^2 (F_k + F_d)} \tag{16}$$

ここで、r_m (m) は粒子の平均半径を表す。これは以下の式で定義され、シェイプパラメータとスケールパラメータの積になる。

$$r_m = \frac{\int_0^\infty rF(r)\ dr}{\int_0^\infty F(r)\ dr} = \alpha\beta \tag{17}$$

浮遊している粒子の沈降によるベンチレーション効果は、レイノルズ数 Re に依存する Nu によって、導入されている。

$$Nu = 1.79 + 0.606 Re^{0.5} \tag{18}$$

ここで、大気中ならば、

$$Re = \frac{2 r_m v_b}{\nu} \tag{19}$$

となる。ここで、ν は大気の動粘性率である。これにより、吹雪の拡散と昇華を計算するためには、r_m と v_b の値がわからなければならない。r_mの値は、$\alpha = 2$ のとき、75 μm である(Déry et al. 1998)。また、v_bは式 (11) を解くことによって得られる。

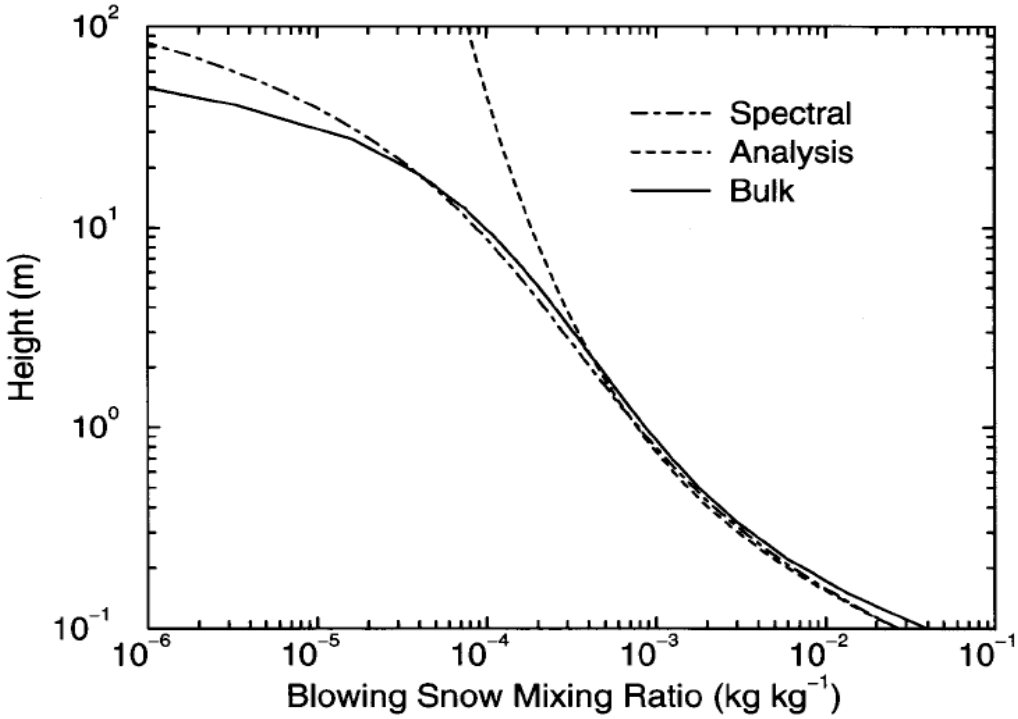

図 2:　対照実験における、PIEKTUK モデルのバルクバージョンとスペクトルバージョンによって予測された、吹雪の開始から 10 分後の吹雪の混合比のプロファイル。昇華を抜いた解析の結果("Analysis")も示した。(Déry and Yau 1999)

3.3.3. PIEKTUK-S との比較

スペクトルモデルとバルクモデルに、同じ条件を与え、結果を比較した。条件は、地上 10 m での風速を 15 m s^{-1}、初期の周辺大気の温度を −10 ℃ とし、背景環境条件として、吹雪が起こっている時間を 10 分間とした。この結果が図 2 である。スペクトルモデルとバルクモデルの間に、それほど大きな差は見られない。また、別の実験でも両者の間に大きな差は見られなかった。

まとめると、この吹雪のモデルは、大気の境界層での大気の柱状の領域において、吹雪における混合比、温度、湿度のプロファイルだけでなく、それらの相互作用のフィードバックの一時的な発展を予測するために、バルク法を用いている。以前の PIEKTUK-S と比較して、計算時間を 1/100 に節約しつつ、このバルクモデルは、吹雪の昇華速度と混合比の発展をうまく予測することができた。

3.4. PIEKTUK-D

PIEKTUK-B の次に作られたのが、PIEKTUK-D(Déry and Yau 2001)である。一つ前のバージョンのバルクモデルでは、数密度分布関数 F(r) より予測するパラメータが q_b のみであったのに対し、PIEKTUK-D では、q_b と N の 2 つのパラメータを予測する、ダブルモーメントモデルとなっている。名前の D はこのダブルからつけられたものだと思われる。

PIEKTUK-D では、N を予測するために、N を以下の式を満たすようにした(Déry and Yau 2001)。

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K_N \frac{\partial N}{\partial z} + v_N N\right) + S_N \qquad (20)$$

ここで、K_N (m^2 s^{-1}) は N の渦拡散係数、v_N (m s^{-1}) は雪粒子の総和に関して代表する終端速度、S_N (m^{-3} s^{-1})

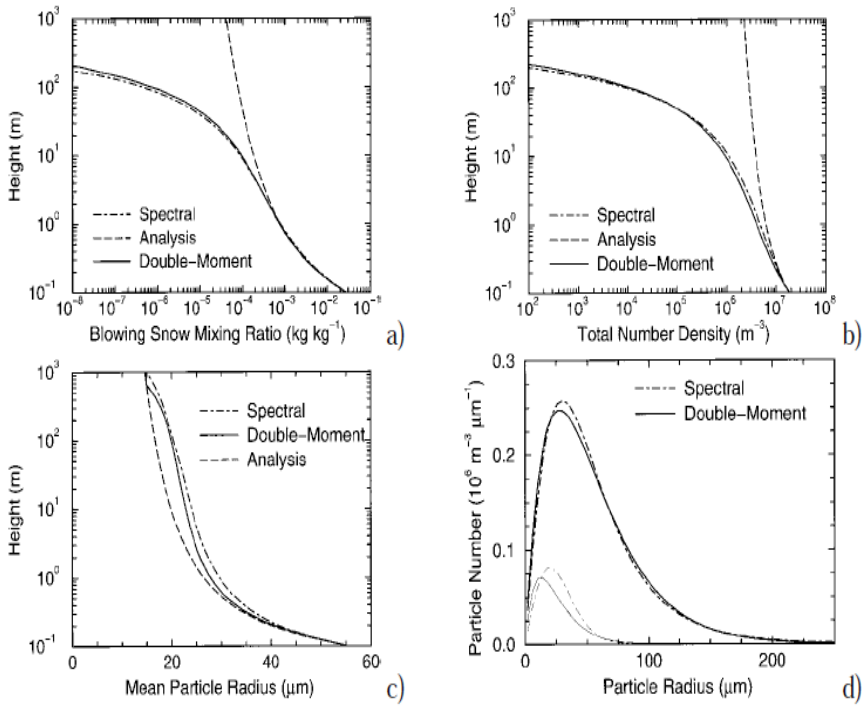

図 3:　対照実験として行った、吹雪の開始から 10 後の PIEKTUK のダブルモーメントモデルとスペクトルモデルで予想された(a)吹雪の混合比、(b)粒子の数密度の総和、(c)平均粒子半径のプロファイル。定常状態で、昇華の効果を抜いた解析的な結果もまた示す('Analysis")。(d)は、ダブルモーメントでの陰の粒子分布とスペクトルモデルの陽の粒子分布の比較。太い(細い)線は z = 0.1 m (z = 2.5 m)での結果を示す。(Déry and Yau 2001)

は昇華による粒子数の変化率を表す。

このモデルとスペクトルモデルで、対照実験を行った。条件は 2.3.3. の実験と同じにした。結果が図 3 である。この図からも分かるように、大きな違いは見られなかった。

3.5. PIEKTUK-T

現在、最も新しいモデルが PIEKTUK-T(Yang and Yau 2008)である。このモデルでは、新たに、粒子サイズ分布の 6 次のモーメントで定義される、レーダー反射率 Z (m^6 m^{-3})を導入した。Z は以下の式で定義されている。

$$Z = \int_0^\infty (2r)^6 F(r)\ dr \tag{21}$$

これにより、q_b,N,Z の 3 つのパラメータを予測する、トリプルモーメントモデルとなった(Yang and Yau 2008)。名前の T はこのトリプルからとられたものだと思われる。また、このトリプルモーメントモデルでは、今まで一定にしていた α の値も、高さによって変わるものとして計算した。

これらの改良の結果、PIEKTUK-D との対照実験では、図 4 に見られるように、今までより大きな違いが見られた。また、観測結果と比較した結果が図 5 である。この図より、トリプルモーメントモデルの結果は、ダブルモーメントモデルの結果よりも、よりよく一致していることがわかる。ダブルモーメントモデルでも、モデル内で重みづけをすれば、予測値を観測値に近づけることができる。しかし、トリプルモーメントモデルでは、重み付けをすることなしに、観測値に近い予測値を得ることができる。このことから、ダブルモーメントモデルよりも、トリプルモーメントモデルの方が優れていると言える。　また、PIEKTUK-T はバルクモデルだが、同条件でのスペクトルモデルと同程度の精度を持つ結果を出す。さらに、この吹雪のトリプルモーメントモデルは、スペクトルモデルよりも計算量が少なくてすむ。そのため、他の気象・気候モデルと組み合わせるモデルとして適していると言える。

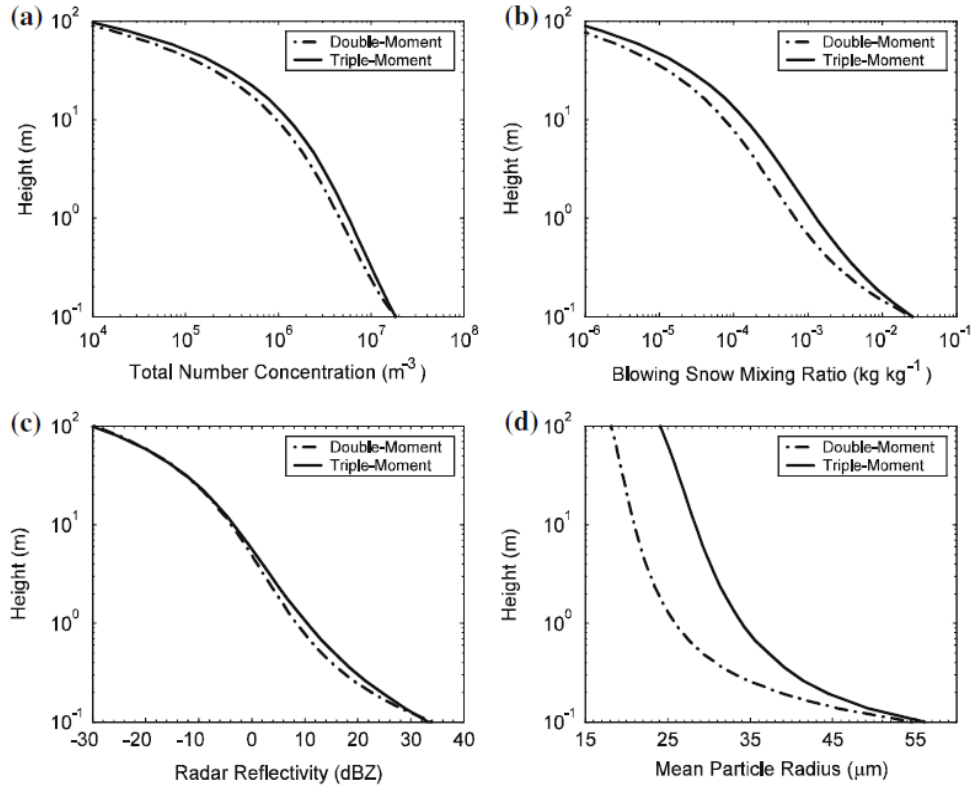

図 4:　ダブルモーメントモデルと、トリプルモーメントモデルによって予想された、対照実験の始まりから 10 分後の(a)個数濃度、(b)吹雪の混合比、(c)レーダー反射率の総和、(d)平均粒子半径の鉛直プロファイル。(Yang and Yau 2008)

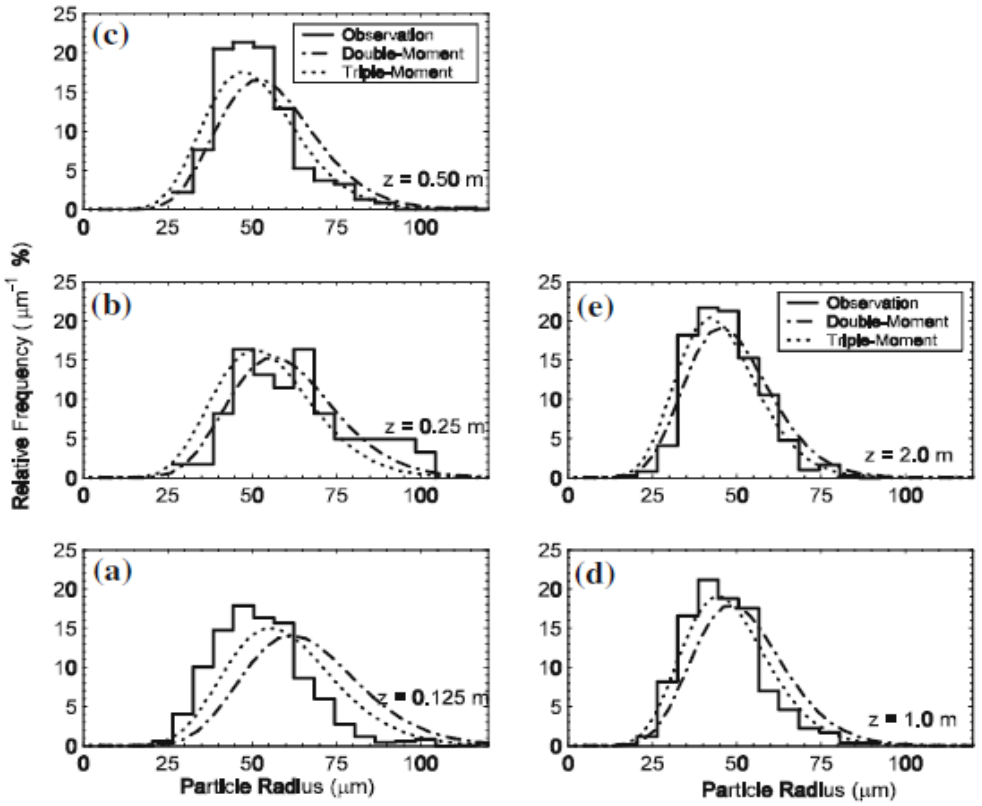

図 5:　5 つの高さでの、粒子サイズ分布のバード基地での観測値と、バード基地の条件で初期化したシュミレーションの 10 分後の粒子サイズ分布(Yang and Yau 2008)

4. ガンマ分布を計算する

前章では、吹雪の数値的な乱流拡散モデルである、PIEKTUK を紹介した。このモデルの理論の中心となっている、ガンマ分布(式 (7))を計算するプログラムを作成した。作成したプログラムに使用した言語は、全て Fortran90 である。なお、このプログラムを作成するにあたり、『詳解　Fortran 90』(マイケル、ジョン 1993)を参考にした。

4.1. ガンマ関数

まず、分母にあるガンマ関数を計算するプログラムを作成した。ガンマ関数とは、階乗の概念を拡張した特殊関数で、以下の式で定義される。

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} \, dt \qquad (n > 0) \tag{22}$$

ここで、x は正の実数、e は自然対数の底である。

ガンマ関数には、次のような性質がある。

(1) Γ(n) = (n − 1) !

(2) Γ(n + 1) = n　Γ(n)

(3) Γ(1) = 1

(1) は、階乗との関係を示したものである。(2) は両辺に式 (22) を入れ、部分積分すると得られる。(3) は 0 ! = 1 とするためである。

4.2. 積分方法

計算機では、無限積分を計算することはできない。なぜなら、計算機は無限大を扱えないからである。式 (22) から分かるように、ガンマ関数は無限積分である。このままでは計算機で計算することができない。そこで、無限積分を 0 からの定積分とみなし、上限を十分大きくとることで、見かけ上無限積分を計算しているようにする。

定積分を近似計算する方法は、主に 2 つある。一つは台形公式を使う方法で、もう一つはシンプソンの公式を使う方法である。台形公式とは、被積分関数を一次関数で近似し、台形の面積の公式へと帰着させ、近似値を求める方法である。この方法では、台形の面積へ帰着させるため、計算が楽であるが、精度が低い。シンプソンの公式とは、被積分関数を隣り合う2つの微小区間で、関数を二次関数で近似し、近似値を求める方法である。この方法では、二次関数を用いて近似するため、台形公式に比べ、精度が高くなる。

今回は、シンプソンの公式を用いることにした。

4.3. シンプソンの公式

シンプソンの積分公式は以下のように表される。

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x) \, dx \approx \frac{\Delta x}{6}\left[f(x_0) + 4f\left(x_0 + \frac{\Delta x}{2}\right) + f(x_0 + \Delta x) \right] \tag{23}$$

ここで、ある関数 f(x) を区間[a, b] で積分するとする。ここで、十分大きな数 n で積分区間を n 等分し、区間の幅を h とする。積分区間を n 分割した時の i 番目(i = 0,1, 2…,n)の区間を積分した値を G_i とすると、式(23)より、

$$G_i = \frac{h}{6}\left(f(x_i) + 4\mathrm{f}\left(x_i+\frac{h}{2}\right) + f(x_i+h)\right) \tag{24}$$

を得ることができる。ただし、 $x_i = a+hi$ である。

よって、

$$\int_a^b f(x)\ dx \approx \sum_{i=1}^{n} G_i = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{h}{6}\left(f(x_i) + 4\mathrm{f}\left(s_i+\frac{h}{2}\right) + f(x_i+h)\right)\right) \tag{25}$$

となる。あとは式 (25) に式 (22) のガンマ関数の被積分関数 $f(x) = x^{n-1}e^{-t}$ (t は任意の正の実数)を、入れて計算させてやればよい。

4.4. ガンマ分布の計算結果

ガンマ分布は式 (7) で与えられている。今回は簡単のため、N = 1 として計算を行った。計算範囲は r = 0 μm から r = 400 μm までとした。

まず、シェイプパラメータ $\alpha = 2$ と固定し、スケールパラメータ β を変えて計算を行った。B は 20 から 5 づつ増やし、35 まで計算した。その結果が図 6 である。

次に、$\beta = 30$ と固定し、α を変えて計算を行った。α を変化させると、ガンマ関数の値も変わるため、ガンマ関数の計算プログラムを、外部副プログラムとして呼びだし、計算を行った。A は 2 から 1 づつ増やし、5 まで計算した。その結果が図 7 である。

図 6 と図 7 を比較すると、両方ともピークが右へずれていっていることがわかる。これは、平均半径が式 (17) で表されているため、α や β の値を増やすと、平均半径の値も大きくなったからである。また、β を変化させた図 6 では、β が増加するにつれ、右へ裾が広がっていることがわかる。これは、大きい粒径の粒子が増えることを意味している。一方、α を変化させた図 7 では、α が増加するにつれ、大きく形が変わってきており、正規分布の形に近づいていっていることがわかる。

先の計算結果では、平均半径が変化してしまっていた。なので、次は平均半径を固定し、計算を行った。平均半径は $r_m = 100$ m とした。その結果が図 8 である。

図 8 と図 6 、図 7 を比較すると、全ての図において、ピークが右へずれていっていることがわかる。図 6 と図 7 において、ピークが右へずれることの考えられる理由は先ほど述べたが、それでは図 8 のずれを説明出来ない。ここで、図 8 でのシェイプパラメータ α が 2 であるときのピークの位置とシェイプパラメータ α が 5 であるときのピークの位置に注目したい。α が 2 であるときのピークは、ほぼ r = 50 m のところにあり、α が 5 であるときのピークは、ほぼ r = 100 m のところにある。このことから、図 8 におけるピークのずれは、シェイプパラメータ α が増加することにより、正規分布の形へと近づいたからであると推測できる。また、図 7 では、α を増加させるにつれ、山の高さが低くなり、裾が半径の大きな方へ広がっているが、図 8 では山は高くなっており、裾は狭くなっている。これは、図 7 では固定だったシェイプパラメータ β が、図 8 では減少したためだと考えられる。図 8 は半径を固定し計算した結果であり、各パラメータは式 (17) より算出しているので、シェイプパラメータ α が増加すると、スケールパラメータ β は減少する。ここで、β を変化させた結果である図 6 を見ると、β が減少するにつれ、山が高くなり、裾が狭くなっている。このことから、図 8 での変化も、β の減少によるものだと考えられる。

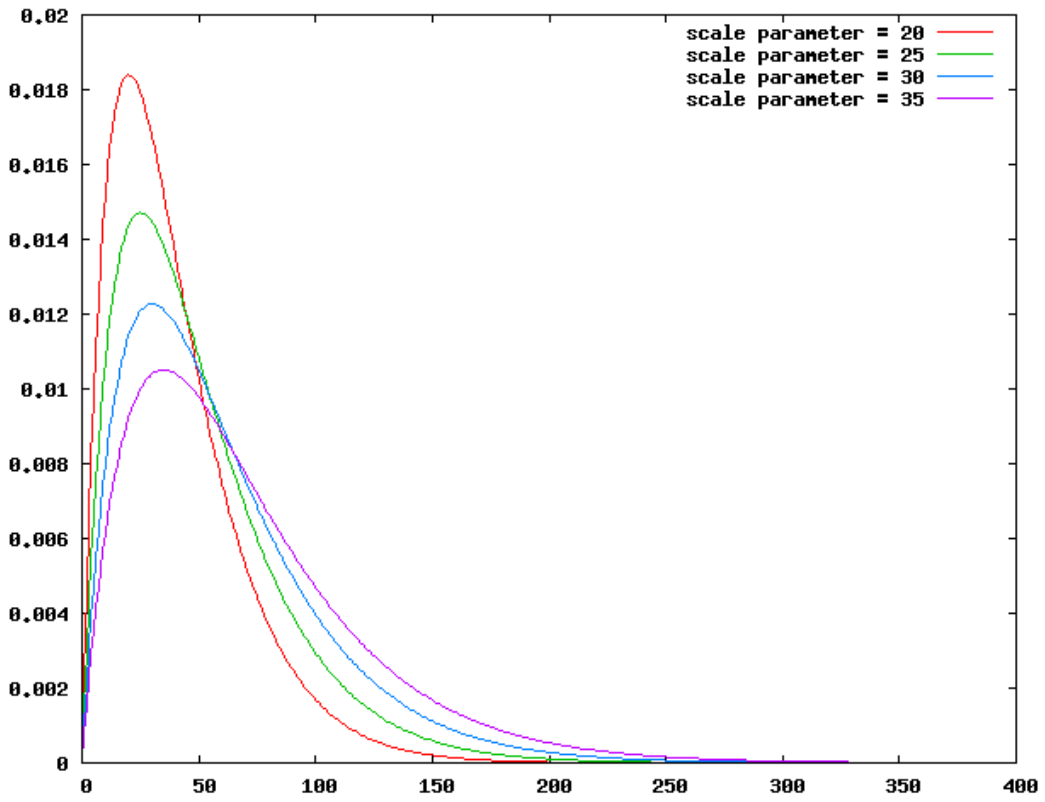

図 6:　スケールパラメータβのみを変化させたガンマ分布

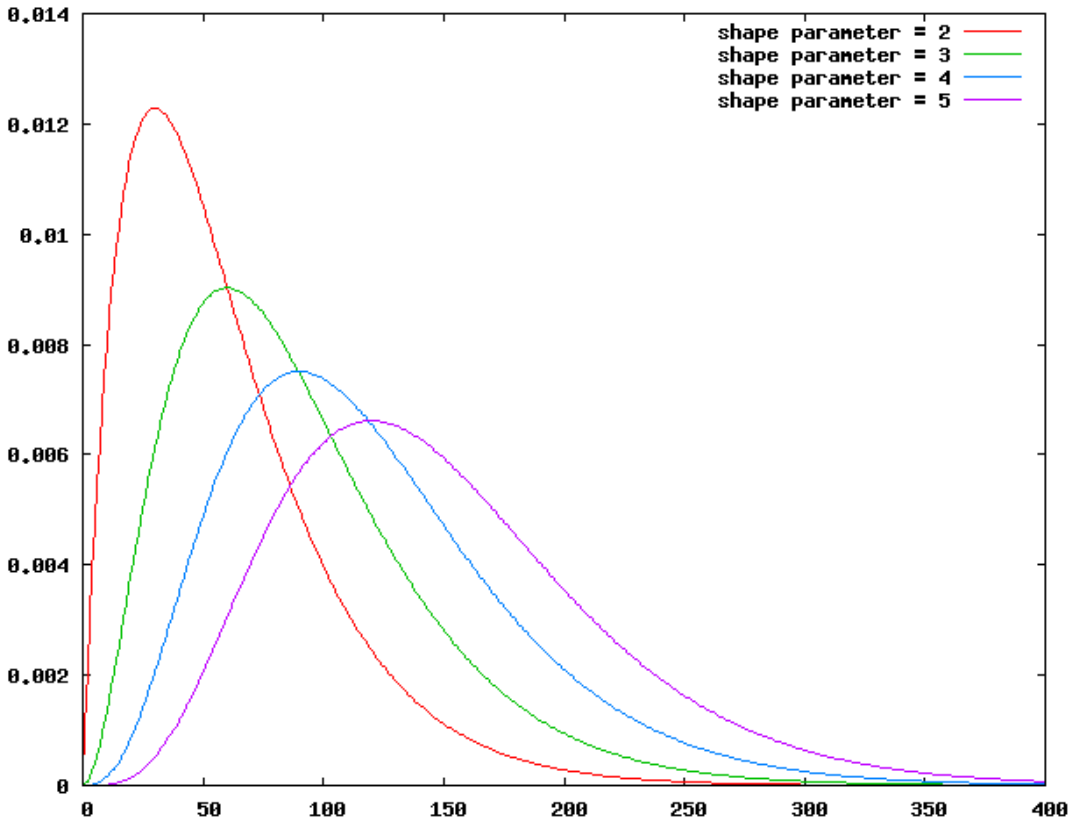

図 7:　シェイプパラメータαのみを変化させたガンマ分布

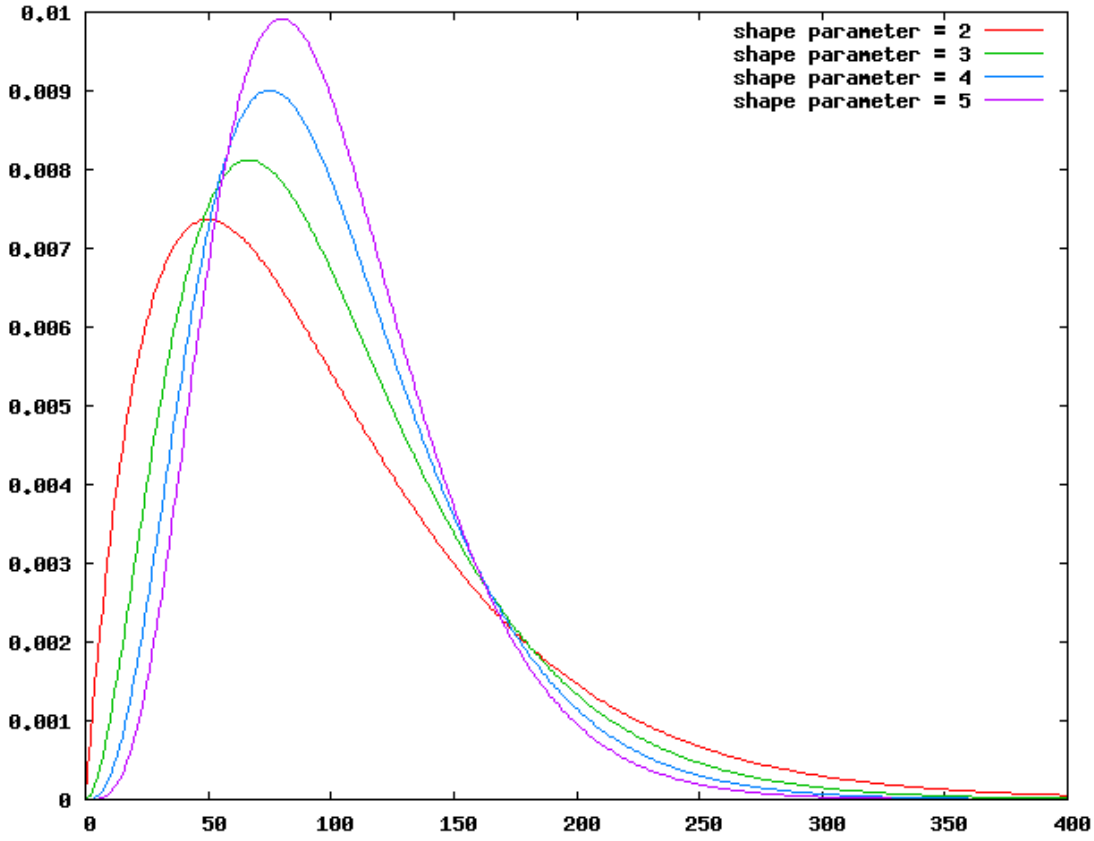

図 8:　平均半径 r_m = 100 m とし、シェイプパラメータ α とスケールパラメータ β を変化させたもの。

謝辞

本論文を作成するにあたり、指導教員として、かなりのんびりな私に対し、根気強く優しくご指導頂きました、北海道大学大学院環境科学院地球圏科学専攻教授・山崎孝治先生に深く感謝いたします。忙しいにも関わらず、折に触れて気にかけていただき、多くのご指導、意見をしていただきました、研究室の岡田靖子、渡邊武志、両先輩方に深く感謝いたします。同じ先生の指導の元、共に頑張った光岡昇平氏に御礼申し上げます。また、精神面での大きな支えとなりました、中川健太氏や友人たち、部活動での同期たちに心から感謝いたします。

参考文献

Budd WF (1966) The Drifting of Non-Uniform Snow Particles. In: Rubin MJ (ed) Studies in Antarctic Meteorology Antarctic Research Series, vol 9. American Geophysical Union, pp 59-70

Déry SJ, Taylor PA and Xiao J (1998) The Thermodynamic Dffects of Sublimating, Blowing Snow in the Atomospheric Boundary Layer. Boundary-Layer Meteorol 89:251-283

Déry SJ, Yau MK (1999) A Bulk Blowing Snow Model. Boundary-Layer Meteorol 93:237-251

Déry SJ, Yau MK (2001) Simulation of Blowing Snow in The Canadian Arctic Using A Double-Moment Model. Boundary-Layer Meteorol 99:297-316

Kong F, Yau MK (1997) An Explicit Approach to Microphysics in the MC2. Atmos.-Ocean 35, 257-291

前野紀一, 遠藤八十一, 秋田谷英次, 小林俊一, 竹内政夫 (2000) 雪崩と吹雪 基礎雪氷学講座 第Ⅲ巻. 古今書院, pp 121-173

マイケル・メトカフ, ジョン・リイド (西村恕彦, 和田英穂, 西村和夫, 高田正之 訳) (1993) bit 別冊 詳解 Fortran 90. 共立出版株式会社 (Michael M and John R (1990) Fortran 90 Explained. Oxford University Press)

根本征樹, 西村浩一 (2003) 吹雪の物理モデルの現状と課題. 雪氷 65 巻 3 号:249-260

Yang J, Yau MK (2008) A New Triple-Moment Blowing Snow Model. Boundary-Layer Meteorol 126:137-155