

平成20年度 卒業論文

ローレンツモデルにおける
アンサンブルカルマンフィルタの実装

北海道大学大学 理学部
地球科学科 4年

大嶋 彰

平成21年2月2日 提出

要旨

アンサンブルカルマンフィルタ (EnKF) は、解析値だけでなく、その誤差についても、観測により最適に制御しようとするデータ同化手法である。カルマンフィルタはモデルが線形で誤差がガウス分布するという条件下で最適なデータ同化を行うアルゴリズムで、解析とその誤差の両方について解析予報サイクルを行う。しかし、誤差の自由度が高いいため、計算上実現困難である。このため、少数のサンプルで誤差を表現するアンサンブル予報を応用したのが EnKF である。

近年の研究では、解像度 T159/L48 の AGCM に観測に摂動を与えない EnKF(局所アンサンブル変換カルマンフィルタ ; LETKF) を用いて、実際に観測の同化に成功している。(Miyoshi and Yamane, 2007) この Miyoshi and Yamane (2007) では、まず、最も適切なアンサンブルサイズと局所化スケールを見つけ、次にそれらを用いて、実際の観測データの同化実験を行った。アンサンブルサイズと局所化スケールは互いに依存していることを考慮し、最適な値をそれぞれ、 $40, 21 \times 21 \times 13$ とした。表面気圧の解析場を気象庁の解析場 (3次元変分法 ; 3DVAR) と比較したところ、ほとんどの地域で差は 0.5 hPa となったが観測の少ない南極大陸では 3.0 hPa と大きな差が生じた。これは、衛星輝度を同化させていないため生じた差である。以上から、LETKF は 3DVAR と同程度の解析精度を持つと結論づけた。

本論文では、PO 法と SRF のそれぞれの手法の性質を調査し、ローレンツモデルにおいての PO 法と SRF の比較からどちらがより優れていた手法であるかを明らかにする目的で、EnKF をローレンツモデルに適用し、データ同化実験を行った。まず、最適アンサンブルサイズを調査し (実験 1)、EnKF の主要な手法である摂動観測 (PO) 法と平方根フィルタ (SRF (LETKF)) の両手法により、同化を行った (実験 2)。また、PO 法と SRF の解析誤差を比較し、どちらがより精度良くローレンツモデルを再現できているかを調査した (実験 3)。さらに、各同化手法の初期摂動依存性の調査や (追加実験 1)、両手法の混合実験 (追加実験 2) を行った。

実験 1 より、アンサンブルサイズは 40 で最も解析誤差は小さくなかった。解析誤差はアンサンブルサイズ 40 以下で減少傾向となり、それ以上では、増加傾向であった。実験 2 の前にアンサンブル予報を用いた予報実験を行ったが、実験途中で、アンサンブルスプレッドが急増し、正確に予報することはできなかった。しかし、PO 法と SRF の同化過程を加えることにより、スプレッドの増加を抑え、ローレンツモデルの再現にどちらも成功した。解析誤差は PO 法では周期的な増大があり、SRF ではほぼ一定となり、二つの手法に違いがみられた。実験 3 では、時間経過と共に PO 法の解析誤差は、SRF に比べ小さくなかった。しかし、RMSE では SRF がより小さくなり、両手法に大きな差はみられなかった。PO 法と SRF を合わせた手法を用いた追加実験で、SRF はほぼ一定の安定した解析誤差を保った。一方、PO 法は観測に摂動を与えるため、ランダムノイズを混入させてしまう可能性が示唆された。この結果から、ローレンツモデルにおいて、SRF は PO 法よりも優れた手法であると考えられる。

目 次

第 1 章 はじめに	4
第 2 章 理論	5
2.1 カルマンフィルタ	5
2.2 アンサンブルカルマンフィルタ	6
2.2.1 摂動観測(PO)法	7
2.2.2 平方根フィルタ(SRF)	8
2.3 物理的解釈	9
2.4 安定化の技術	11
2.4.1 誤差共分散局所化	12
2.4.2 誤差共分散膨張	12
第 3 章 先行研究	14
3.1 実験の流れ	14
3.2 初期設定	14
3.2.1 OSSEs	14
3.2.2 OSSE1	15
3.2.3 OSSE2	15
3.2.4 Real Observations	15
3.3 モデル	15
3.4 実験結果	15
3.4.1 OSSE1	15
3.4.2 OSSE2	19
3.4.3 Real Observations	19
3.5 まとめと考察	19
第 4 章 ローレンツモデルでの EnKF の実装	27
4.1 実験の流れと設定	27
4.2 ローレンツモデル	27
第 5 章 実験結果	29
5.1 実験 1	29
5.2 実験 2	30
5.3 実験 3	32
5.4 追加実験 1	34

5.5 追加実験2	35
第6章 考察とまとめ	44

第1章 はじめに

データ同化は、観測データと予報モデルを使い、大気の最も確からしい状態を推定するものであり、近年発展が目覚しい研究分野である。データ同化のアルゴリズムは、ある第一推定値(一時刻前からの予報値)と観測データを入力情報として、解析値を出力する。つまりデータ同化とは、第一推定値、観測値、及びそれらの確からしさの情報(誤差共分散)から最も確からしい大気の状態を推定するものである。

アンサンブルカルマンフィルタ(Ensemble Kalman Filter : EnKF)は最近話題となっている最新のデータ同化手法の一つである。カルマンフィルタは1960年に Kalman が提唱したアルゴリズムで、時間発展が線形モデルで与えられ、誤差の確率分布関数がガウス分布で与えられる場合に、推定誤差を最小とする最適な解を与える。このアルゴリズムはコンピュータープログラムに適しているため、衛星追跡など幅広い分野で用いられてきた。しかし、自由度が非常に大きい現実的な大気モデルでは、このアルゴリズムを直接実装することはできない。これを解決する先駆的仕事として、1994年に Evensen がアンサンブル予報を用いてカルマンフィルタを近似的に実現する EnKF を提唱した。端的に言えば、アンサンブル予報が提供する予報のばらつきに関する情報を用いて、近似的にカルマンフィルタを行うというものである。

カナダの気象センターでは 2005 年 1 月から摂動のある観測を用いた EnKF が適用されている。さらに Whitaker et al(2007) は EnKF を用いて低解像度ながら実際の観測データの同化に成功している。また、同年 2007 年に Takemasa Miyoshi と Shozo Yamane は高解像度でのデータ同化実験を成功させた。

本論文では、先行研究として Miyoshi and Yamane (2007) を紹介し、EnKF をローレンツモデルに適用し、PO 法と SRF の性質を調査、比較検討することを目的としている。

第 2 章で、EnKF の理論体系、物理的解釈を示す。第 3 章では、先行研究、第 4 章では実験についての解説、初期設定を述べる。そして実験結果は第 5 章で示し、第 6 章で考察、まとめをする。

第2章 理論

気象研究ノートを参考にした

2.1 カルマンフィルタ

カルマンフィルタは線形モデル、ガウス分布の誤差統計という二つの仮定の下、統計的な最適解を与える。そのアルゴリズムは時間発展と解析の二つの部分からなる。

まず、問題を導入する。状態を N 次元ベクトル x で表す。 N は力学系の自由度(位相空間の次元)であり、数値天気予報モデルの場合、 x の各要素は各格子点上の各変数(風成分、気温、気圧、湿度等)に対応する。 x をモデル変数と呼ぶ。

時間発展のプロセスは線形なモデル M を用いて一時刻前の状態 x_{i-1}^a を現在の状態 x_i^f に射影する。

$$x_i^f = Mx_{i-1}^a \quad (1.1)$$

ここで、下の添字は時刻を表し、上の添字は解析(a)及び予報(f)を表す。予報及び、解析には誤差が含まれると仮定し、その誤差は $N \times N$ 行列の誤差共分散行列 P として表現される。これも時間発展する。

$$P_i^f = MP_{i-1}^a M^T + Q \quad (1.2)$$

ここで、 Q はモデルの誤差共分散行列であり、線形モデルの転置 M^T はアジョイントモデルと呼ばれるものである。

解析のプロセスについては、予報を観測データ y^o で修正するプロセス

$$x_i^a = x_i^f + K_i(y^o - H_i x_i^f) \quad (1.3)$$

及び、観測データを用いることで状態の推定誤差が小さくなるプロセス

$$P_i^a = (I - K_i H_i) P_i^f \quad (1.4)$$

からなる。状態変数 x の次元は N であったが、観測 y^o の次元は観測の数であり、これを p とする。 I は単位行列である。観測がモデルの全格子上の全変数について得られることは通常あり得ないため、観測データはモデル変数と必ずしも一致せず、ここでは観測データがモデル変数の線形写像 H で表せると仮定している。 H は観測演算子と呼ばれる $p \times N$ 行列である。 K は観測の影響を決定する線形変換で、

$$K_i = P_i^f H_i^T (H_i P_i^f H_i^T + R_i)^{-1} \quad (1.5)$$

の $N \times p$ 行列で与えられる。 R_i は $p \times p$ 行列の観測誤差共分散行列である。これが、解析の推定誤差を最小とするカルマンフィルタの最適解を与え、カルマンゲイン行列と呼ばれる。以上に示した第 1 式から第 5 式がカルマンフィルタのアルゴリズムである。

2.2 アンサンブルカルマンフィルタ

カルマンフィルタで第一推定値の誤差共分散 P_i^f は $N \times N$ 行列であり、 N が大きい場合はこれを計算することは困難である。そこで EnKF では、アンサンブル撮動、つまり、アンサンブルメンバーのアンサンブル平均からの残差を誤差のサンプルとみなし、このサンプルを用いて共分散行列を推定する。サンプル数（アンサンブルメンバー数）を m とすると、共分散行列 P はアンサンブル撮動 δx を用いて、

$$\begin{aligned} P &= E(\delta x(\delta x)^T) \\ &= \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m \delta x^k (\delta x^k)^T \\ &= \frac{1}{m-1} \delta X \delta X^T \end{aligned} \quad (2.6)$$

のように推定される。ここで、 $E(\cdot)$ は統計期待値を表し、右辺二行目は統計値を統計サンプルの平均を使って表したもので、添字 k は各アンサンブルメンバーの番号を表す。 δX は各列が各アンサンブル撮動の対応した $N \times m$ 行列である。

このサンプル推定の妥当性について考える。通常ランダムサンプルによる統計値の推定には多大なサンプル数が必要となる。これは、サイコロで 6 の目が出る確率を精度良く推定するには、かなりの回数の試行が必要となるのと原理的には同じことである。ランダムサンプルによる共分散推定における推定誤差は、サンプル数 m の平方根に反比例、つまり $\frac{1}{\sqrt{m}}$ に比例する。共分散行列は N^2 の大きさを持ち、 $N \sim (10^7)$ となる数値天気予報モデルを考えると、このランダムサンプルによる推定が妥当な手法とは思えないだろう。ここで EnKF で用いられるアンサンブル撮動は力学的拘束を受けたものであり、ランダムサンプルではないことに注意する。実際、乱数で与えられるような大気の誤差場は不自然である。現実的な誤差場は、力学的なパワースペクトルに従うし、変数間にも力学的な関係があるなど、実質的な自由度は非常に低い。これは、 P の固有値のほとんどは非常に小さいか 0 に縮退しており、ランクが小さいことを意味する。EnKF では、力学的に意味のある誤差構造を効率的に取り出し、非常に特殊なサンプルをとることで、少ないサンプル数で実用的な推定精度を実現するのである。このようにして EnKF のアンサンブル撮動は、誤差補空間を構成する。ここで、サンプル数（アンサンブルメンバー数） m と P の推定精度のトレードオフがあることに注意する。

以下、アンサンブルによる共分散推定が精度良く成り立つとして議論を進める。
誤差共分散の予報方程式（2.2）に（2.6）を代入して、

$$\delta X_i^f (\delta X_i^f)^T = M \delta X_{i-1}^a (\delta X_{i-1}^a)^T M^T \quad (2.7)$$

となる。これは、

$$\delta X_i^f = M \delta X_{i-1}^a \quad (2.8)$$

と同値である。これは、アンサンブル摂動を時間発展させるプロセスを表している。すなわち、(2.8) は行列 δX の各列をアンサンブル摂動ベクトルとみなしたアンサンブル予報と考えることができる。このように誤差共分散の予報方程式は、アンサンブル予報により実現される。

次にカルマンゲイン行列について考える。

カルマンゲインの式 (1.5) に (2.6) を代入すると、

$$K_i = \delta X_i^f (\delta Y_i^f)^T (\delta Y_i^f (\delta Y_i^f)^T + (m-1)R_i)^{-1} \quad (2.9)$$

ここで、記号

$$\delta Y_i^f = H_i \delta X_i^f \quad (2.10)$$

とした。各アンサンブルメンバーの観測相当量のアンサンブル摂動を各列とする $p \times m$ 行列である。上式のカルマンゲインを使って、解析方程式 (1.3) が計算できる。

最後に、誤差共分散の解析方程式 (1.4) を考える。このプロセスは、次のアンサンブルメンバーを作り出すプロセスに相当する。これまでの議論と同様に、(1.4) に (2.6) を代入する。

$$\delta X_i^a (\delta X_i^a)^T = (I - K_i H_i) \delta X_i^f (\delta X_i^f)^T \quad (2.11)$$

カルマンゲインが与えられていても、この式を δX_i^a について解くのは容易ではない。このため、工夫が必要になるが、二つの方法が知られている。一つは、摂動観測法 (Perturbed Observation Method : PO 法) であり、それぞれのアンサンブルメンバーに対し、独立した解析予報サイクルを適用し、間接的に (2.11) を満たすようにする。もう一つは、平方根フィルタ (Square Root Filter : SRF) と呼ばれる方法で、(2.11) を直接的に解いて、解析アンサンブル摂動を得る。以下、順に議論していく。

2.2.1 摂動観測 (PO) 法

PO 法では、(2.9) のカルマンゲインを用いて、各アンサンブルメンバーを独立にデータ同化する。

$$x_i^{a(k)} = x_i^{f(k)} + K_i (y_i^o - H_i x_i^{f(k)}) \quad (2.12)$$

これにより得られる解析アンサンブル摂動は、

$$\delta x_i^{a(k)} \approx \delta x_i^{f(k)} - K_i H_i \delta x_i^{f(k)} \quad (2.13)$$

である。

上式より、

$$P_i^a = \delta X_i^a (\delta X_i^a)^T = (I - K_i H_i) P_i^f (I - K_i H_i)^T \quad (2.14)$$

を得る。これは解析方程式 (1.4) とは一致しない。そこで、(2.12) 式において、観測 y_i^o に観測誤差だけのばらつきを考慮したランダム摂動 ϵ^o を与える。 ϵ^o は観測誤差を模擬したもので、 $E(\epsilon^o(\epsilon^o)^T) = R$ を満たすように生成する。すると、解析方程式 (2.12) は

$$x_i^{a(k)} = x_i^{f(k)} + K_i(y_i^o + \epsilon^o - H_i x_i^{f(k)}) \quad (2.15)$$

となり、これを用いると、誤差共分散の解析方程式 (1.4) と一致するようになる。すなわち、(2.15) の解析を各アンサンブルメンバーについて適用することで、自然と (1.4) 式を満たすのである。PO 法では、解析誤差が観測誤差の影響を反映するように、観測に摂動を与え、観測データをアンサンブル化する必要がある。

2.2.2 平方根フィルタ (SRF)

SRF ではアンサンブル平均を最も確からしい状態として、解析方程式 (1.3) をアンサンブル平均に対してのみ解く。つまり、(1.3) 式中、 x はすべて \bar{x} で置き換える。これは、PO 法が各メンバーについてそれぞれ解析方程式を解いていたのと対照的である。摂動成分は、摂動成分だけを取り出して (2.11) により解析する。具体的には、解析アンサンブル摂動を予報アンサンブル摂動の線形結合で与える。

$$\delta X_i^a = \delta X_i^f T \quad (2.16)$$

ここで、 T は線形係数からなる $m \times m$ 行列であり、アンサンブル変換行列とも呼ばれる。予報アンサンブル摂動を解析アンサンブル摂動にアップデートするプロセスであることから、(2.16) のプロセスをアンサンブル・アップデートともいう。(2.16) を (2.11) に代入して、

$$\delta X^f T T^T (\delta X^f)^T = (I - KH) \delta X^f (\delta X^f)^T \quad (2.17)$$

を得る。これを T について解くことで、 T を得る。この T を使って (2.16) の摂動成分の線形変換を実行することで、摂動成分の解析を実現する。 $UU^T = I$ となる U が多く存在するので、 T の選び方は一意ではなく、 U の積だけの自由度がある。計算効率性も考慮して、様々な解法が知られている。本実験では数ある解法の中から、局所アンサンブル変換カルマンフィルタを適用する。

局所アンサンブル変換カルマンフィルタ (LETKF)

ここでは局所アンサンブル変換カルマンフィルタ (Local Ensemble Transform Kalman Filter, LETKF) のアルゴリズムを紹介する。LETKF はメリーランド大学で考案された手法である。もともと Ott et al. (2002;2004) による局所アンサンブル・カルマンフィルタ (Local Ensemble Kalman Filter, LEKF) に端を発する。メリーランド大学の Brian Hunt 教授により LEKF に ETKF のアンサンブル・アップデート法を適用、更なる計算効率を

実現した。LETKF は、各格子点の局所領域を完全に独立に扱い、KF の解析を行う。このため、並列計算に向いており、これが大きな特徴である。実際、Miyoshi and Yamane (2007) は地球シミュレータに LETKF を適用し、並列化率約 99.99 % という高い並列化を達成した。また、局所領域化することにより 2.3 章に述べる誤差共分散局所化の効果がある。以下、LETKF のアルゴリズムについて述べる。

解析アンサンブル・アップデート (2.17) の右辺にカルマンゲイン (1.5), 共分散行列 (2.6) を代入して変形すると、

$$(I - K_i H_i) \delta X_i^f (\delta X_i^f)^T = \delta X_i^f (m-1) [(m-1)I + (H_i \delta X_i^f)^T (R_i)^{-1} H_i \delta X_i^f]^{-1} (\delta X_i^f)^T \quad (2.18)$$

を得る。 (2.17) の左辺と比べると、

$$TT^T = (m-1) [(m-1)I + (H_i \delta X_i^f)^T (R_i)^{-1} H_i \delta X_i^f]^{-1} \quad (2.19)$$

となる。固有値分解

$$(m-1)I + (H_i \delta X_i^f)^T (R_i)^{-1} H_i \delta X_i^f = UDU^T \quad (2.20)$$

で固有値からなる対角行列 D 及び固有ベクトルからなる直交行列 U を定義する。 (2.20) 式の左辺は実対称行列だから、 D 及び U は実行列である。これを使って (2.19) を解くと、

$$T = \sqrt{m-1} UD^{-1/2} U^T \quad (2.21)$$

を得る。この線形変換は、(2.16) より予報アンサンブル摂動から解析アンサンブル摂動への写像を与える。解析アンサンブル摂動から見積もられる P_i^a により、カルマンゲインは

$$K_i = \delta X_i^f U D^{-1} U^T (H_i \delta X_i^f)^T (R_i)^{-1} \quad (2.22)$$

と書ける。これを使ってアンサンブル平均の解析を行う。以上のアンサンブル平均と摂動の解析方程式をあわせて、LETKF の解析方程式

$$\begin{aligned} x_i^a &= \bar{x}_i^f + K_i (y_i^o - \bar{H}_i \bar{x}_i^f) + \delta X_i^a \\ &= \bar{x}_i^f + \delta X_i^f [UD^{-1} U^T (H_i \delta X_i^f)^T (R_i)^{-1} (y_i^o - \bar{H}_i \bar{x}_i^f) + \sqrt{m-1} UD^{-1/2} U^T] \end{aligned} \quad (2.23)$$

を得る。ここで、 x_i は各列がアンサンブルメンバーに対応する $N \times m$ 行列である。

2.3 物理的解釈

アンサンブル予報のそもそも目的を考えると、決定論的ではなく、確率論的な予報を与えることである。つまり、初期値には誤差が含まれることを想定し、その誤差がどのように時間発展するかを予報する。一方、カルマンフィルタが必要とするのは、誤差の時間

発展と解析のプロセスであり、アンサンブル予報がこれを補う。具体的には以下の通りである。

アンサンブル予報により、流れに依存した誤差の情報が得られ、これが誤差の時間発展に相当する情報を与える。これを模式的に示したのが図 2.1 である。

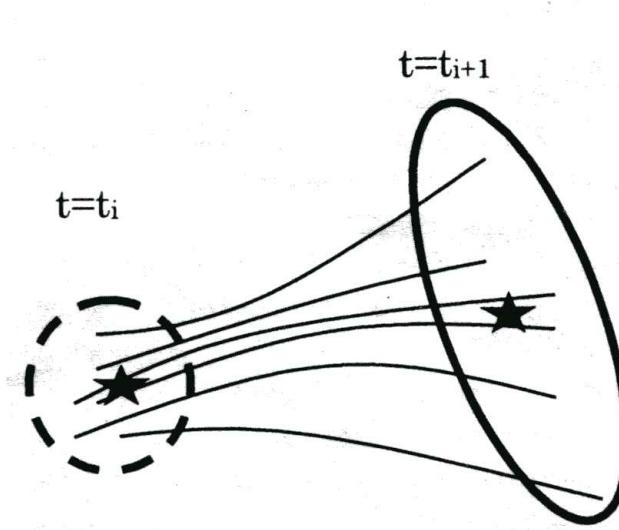


図 2.1: アンサンブル予報が日々の流れに応じた予報誤差の分布を与えることを示すモデル位相空間上の模式図。星は初期時刻 t_i 及び終端時刻 t_{i+1} における最も確からしい状態を示し、円はそれらの誤差の広がり(確率分布関数の等値線)を示す。初期時刻での誤差の広がり(太点線)に対し、終端時刻では誤差の広がりが大きく偏平になっている。(太実線)細実線は各アンサンブルメンバーの時間発展の軌道を示す。

時刻 t_i から t_{i+1} に時間発展する際、初期時刻 t_i の解析誤差(太点線)を考慮したアンサンブルメンバーが、予報時刻 t_{i+1} において予報誤差の分布(太実線)を与える。データ同化において、日々変化する予報誤差の情報を考慮する意味を模式的に示したのが図 2.2 である。

左の黒い星は観測データを表し、右のそれは予報値を表している。それぞれの誤差の広がり(確率分布関数の等値線)は円で示されている。観測誤差の広がりは観測に固有のもので事前に与えられており、細実線で示されている。3次元変分法(3DVAR)など誤差の時間発展を考慮しない方法では、誤差の広がりは統計的な平均で与えられる。(太点線)一方、EnKF では、アンサンブル予報の結果から誤差はその日特有の分布をすることが分かっており、これを太実線で示している。データ同化の解は、それぞれ白い星で示したとおりである。双方とも観測データからは同じくらい離れているが、異なる場所に位置している。EnKF の解は、その日に特有の誤差の広がりを考慮している点で、3DVAR より優れたものと言える。

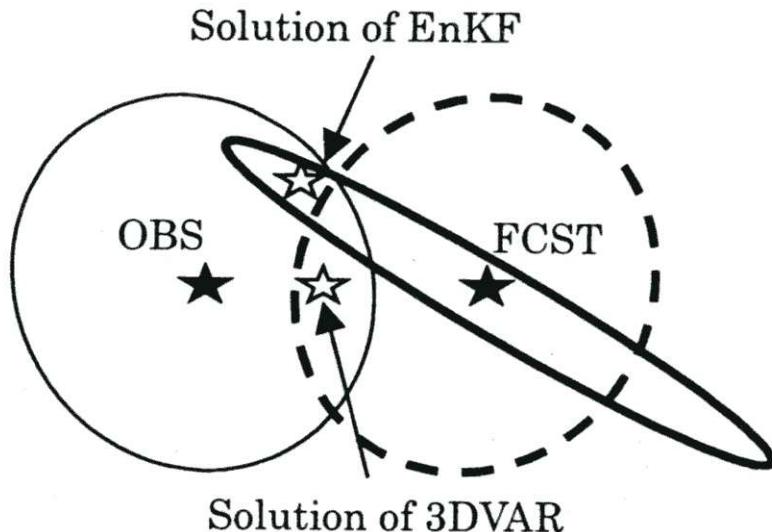


図 2.2: 3 次元変分法 (3DVAR) と EnKF の違いを示すモデル位相空間上の模式図。黒い星は、左は観測データ (OBS)、右は予報値 (FCST) を示しており、円はそれぞれの誤差の広がり (確率分布関数の等値線) を示す。観測データの誤差は細実線で示されている。予報値の誤差については、3DVAR では統計的平均 (太点線) が用いられるが、EnKF では日々変化する。(太実線)

2.4 安定化の技術

メンバー数 m と誤差共分散 P の推定精度はトレードオフの関係にある。現実的に可能な計算を考えると、メンバー数 m は高々 100 程度が上限と考えるのがよい。 P の自由度として 10^{12} 程度は想定されるから、これに比べて m は非常に限定されていることがわかる。このことは、EnKF のアンサンブル摂動が力学的拘束を受けて予報誤差を良く表していることを考えても、大きな問題になる。実際、100 メンバー程度で大気モデルの EnKF を実行すると、 P の推定におけるサンプリングエラーにより、データ同化サイクルは発散し、KF の発散 (filter divergence) を引き起こす。

KF の発散の原因はこればかりではない。モデル誤差や、モデルの非線形性も問題になる。これらが引き起こす covariance underestimation は、KF の発散の主要因の一つである。

以上のように、EnKF をそのまま実行すると不安定となる。EnKF を安定化させるため、以下の技術が必要となる。

1. 誤差共分散局所化 (covariance localization)
 2. 誤差共分散膨張 (covariance inflation)

以下に、それぞれの安定化技術について述べる。

2.4.1 誤差共分散局所化

局所化は、メンバー数不足によるサンプリングエラーを除去するのが目的である。一般に誤差相関は距離とともに小さくなるため、離れた点の間の誤差共分散シグナルは小さくなる。一方、サンプリングエラーは、サンプル数のみによって決まるので、どの距離でも一様と考えられる。したがって、遠く離れた点で、シグナルに対するエラーの割合が大きくなる。局所化は離れた点で小さくなるような重み関数を誤差共分散にかけることで、遠く離れた点の誤差共分散を強制的に小さくするプロセスである。これにより、遠く離れた点で支配的なサンプリングエラーをダンプできる。

しかし、流れに依存する共分散が局所化によるサンプリングエラー除去とトレードオフの関係になることに注意する。つまり、局所化を強くするほど、流れに依存する共分散が考慮されなくなってしまう。サンプリングエラーは、サンプル数の関数であり、サンプル数が小さいほど、シグナルを消してしまうようなエラーが混入してしまい、局所化によりエラーを除去する必要が生じる。サンプル数(メンバー数)が大きいほどサンプリングエラーが小さいので、局所化を弱くすることができ、流れに依存した成分をより多く取り込むことができる。

2.4.2 誤差共分散膨張

誤差共分散膨張は、モデルの不完全性や非線形性に起因して起こる covariance underestimation への対処法である。Covariance underestimation により、予報誤差が過小評価されると、KF は予報を信頼しすぎて観測情報を十分に取り込まなくなる。このため、強制的に予報誤差共分散を膨張させ、大きくする。

誤差共分散膨張の手法として、Whitaker et al.(2007) により 3 通りの方法が相互比較されている。一つは、単純にアンサンブル・スプレッドに 1 より大きな数を乗じる multiplicative inflation と呼ばれる手法である。予報アンサンブル摂動 $\delta x_i^{f(k)}$ を以下のように置き換える。

$$\delta x_i^{f(k)} \leftarrow (1 + \Delta) \delta x_i^{f(k)} \quad (4.24)$$

ここで、 Δ は小さな正数である。これにより、予報誤差共分散 P_i^f は $(1 + \Delta)^2$ 倍に大きくなる。 Δ の最適な値は自明ではなく、チューニングする必要がある。これまでの研究では、完全なモデル実験の場合は 0.02 ~ 0.05 程度、実際のモデルを用いた場合は 0.1 ~ 0.3 程度の値が用いられている。

二つ目の方法は、解析アンサンブルに、統計的に計算した解析誤差共分散を模擬するランダム摂動を足しこむ方法で、additive inflation と呼ばれる。具体的には、データ同化プロセスにより得られた解析アンサンブル摂動 $\delta x_i^{a(k)}$ を以下のように置き換える。

$$\delta x_i^{a(k)} \leftarrow \delta x_i^{a(k)} + \eta \quad (4.25)$$

ここで、摂動ベクトル η は、

$$\langle \eta \eta^T \rangle = \alpha \cdot A \quad (4.26)$$

を満たすようなランダムサンプルである。A は統計的に計算した解析誤差共分散であり、 α は摂動の大きさを決める規格化定数である。予報誤差共分散でなく、解析誤差共分散に足しこむのは、このようなランダム摂動から見積もられる共分散には純粋なサンプリングエラーが紛れ込むため、予報計算を行うことで、ランダム摂動に力学的拘束をかけるためである。Whitaker et al.(2007) の相互比較によると、additive inflation が最も良い性能を与える。ただし、足しこむ摂動の大きさは、過去の統計から計算した共分散の大きさそのものが最適とはならず、 α のチューニングが必要である。

三つ目の方法は、relaxation to prior と呼ばれる手法で、予報アンサンブル摂動と解析アンサンブル摂動を混合する。つまり、データ同化プロセスにより得られた解析アンサンブル摂動 $\delta x_i^{a(k)}$ を以下のように置き換える。

$$\delta x_i^{a(k)} \leftarrow \alpha \cdot \delta x_i^{f(k)} + (1 - \alpha) \cdot \delta x_i^{a(k)} \quad (4.27)$$

α は混合の割合を決める定数である。予報アンサンブル摂動は解析アンサンブル摂動よりも大きいため、(2.27) の混合により、膨張効果がある。 $\delta x_i^{f(k)}$ は成長してきた誤差モードであり、アンサンブル摂動のようなものと考えられるから、力学的拘束に従った膨張法といえる。

第3章 先行研究

EnKF は、観測データに摂動を与えない EnSRF でこれまでに現在利用できるシステムに匹敵するほどの比較的高い解像度で実際の観測を同化することに成功している。その中で T159/L48 の解像度を持つモデルに局所アンサンブル変換カルマンフィルタ (LETKF) を適用した論文

Miyoshi and Yamane (2007)

Local Ensemble Transform Kalman Filtering with an AGCM at a T159/L48 Resolution を紹介する。

3.1 実験の流れ

LETKF を用いて、まず完全なモデルで観測時間を一定、観測空間を $5 \times 5 \times 4$ grid point ごとに 1 観測点としてアンサンブルサイズ、局所化スケール (局所領域のスケール) を調査することを目的とした実験 (OSSE1 (Pefect model Observing System Simulation Experiment with a regular obseving network)) を行う。

次に、OSSE1 の結果からアンサンブルサイズと局所化スケールを固定し、実際の観測位置、観測誤差を使用して解析誤差 (RMSE) を検証する実験 (OSSE2 (Perfect model Observing System Simulation Experiment with a real observing network)) を行う。

最後に、実際の観測データを使用し解析誤差、予報誤差 (RMSE) を検証する実験 (Real Observations) を行う。

3.2 初期設定

3.2.1 OSSEs

OSSE1 と OSSE2 (OSSEs) の初期アンサンブルメンバーは同化時刻に近い月でのランダムな時間から選択し、わずかに異なった季節での気候平均に類似した値を初期アンサンブル平均とする。観測データについては観測演算子により射影された真値に一致するものとする。また、共分散膨張パラメータは各解析ステップで推定する。

3.2.2 OSSE1

2004 年 5 月 1 日 0600 UTC から開始する。これはモデルをスピナップして 5 ヶ月後に開始したものである。観測誤差標準偏差はガウス分布からサンプリングする。(東西風、南北風は 1.0 m/s、温度は 1.0 K、比湿 0.1 g/Kg、表面気圧 1.0 hPa) また、初期設定として局所化スケールを $11 \times 11 \times 5$ とする。

3.2.3 OSSE2

2004 年 8 月 1 日 0000UTC から開始する。観測位置と観測誤差は気象庁の NWP システムから適用し、観測データは 6 時間毎の同時観測とする。アンサンブルサイズは 40、局所領域のスケールは $21 \times 21 \times 13$ とし、同化される観測値は、風、温度、相対湿度、表面気圧とする。

3.2.4 Real Observations

観測位置・誤差、アンサンブルサイズと局所化スケールは OSSE2 と同じであるが、観測値は気象庁の NWP システムのものを使用する。膨張パラメータは誤差共分散の 10 % の幅で固定する。

3.3 モデル

3 つの実験では CCSR/NIES AGCM, version 5.4.02 の FORTRAN コードを修正した AFES (AGCM for the Earth Simulator) を使用する。この AFES は系統的バイアスがあるものの、プリミティブ方程式の力学的コアと全ての物理過程要素を持ち、AGCM と同程度の信頼できる予報を生み出すことができる。

3.4 実験結果

3.4.1 OSSE1

アンサンブルサイズ

各アンサンブルサイズでの解析誤差の時間経過を図 3.1 に示す。

LETKF は 10 アンサンブルメンバーでさえ発散していない。アンサンブルサイズの増大と共にカルマンフィルタは安定となっている。またこのとき、表面気圧の解析誤差は 10 メンバーで 0.5 hPa、20 メンバー以上で 0.4 hPa 以下となり、観測誤差 (1.0hPa) の半分

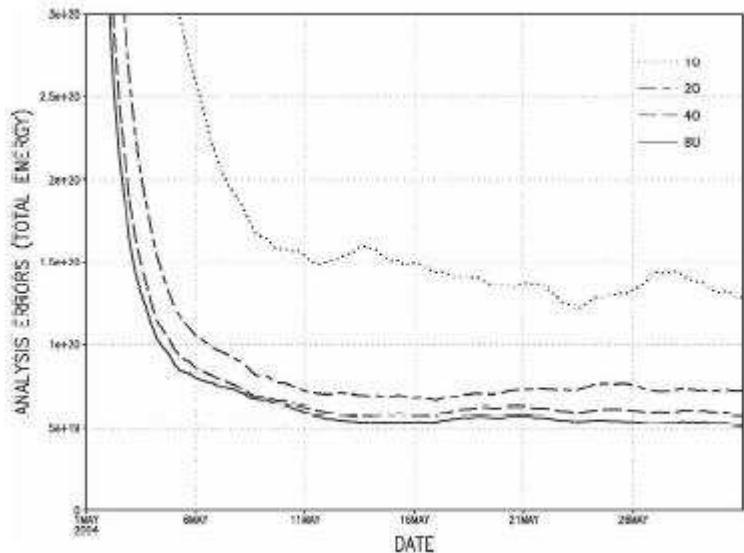


図 3.1: アンサンブルサイズ 10,20,40,80 での LETKF の解析誤差の時間経過。

以下となっている。

図 3.2 はアンサンブルサイズによる解析誤差の変化を表したものである。

初期アンサンブル場は気候値以外の流れに依存する構造がなく、真の状態から大きく離

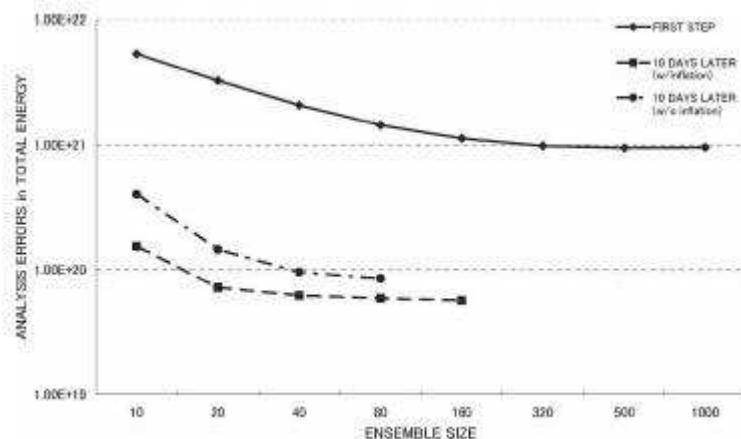


図 3.2: アンサンブルサイズを変化させたときの LETKF の初期ステップ (実線) と 10 日 モデルを走らせた後 (点線) での解析誤差を示した図。

れてしまっており、安定した状態での結果と異なっている。

安定した状態では、共分散膨張なしでの アンサンブルサイズ 10 でさえ発散していない。また、より多くのアンサンブルメンバーの使用により、解析誤差は小さくなり次第にはほぼ一定となることがわかる。

局所化スケール

これまで、局所化スケールは固定していた。この条件下では、アンサンブルサイズの増加により距離のある点での誤差共分散のサンプリングエラーが減少することが予期される。さらに、距離のある観測値の利用のために局所化スケールを大きくすることによって、解析誤差の減少が期待される。

そこでまず、アンサンブルサイズ 10 と 40 のときの局所化スケールの影響を調べた。図 3.3 は図 3.1 と同様に解析誤差の時間経過を示している。

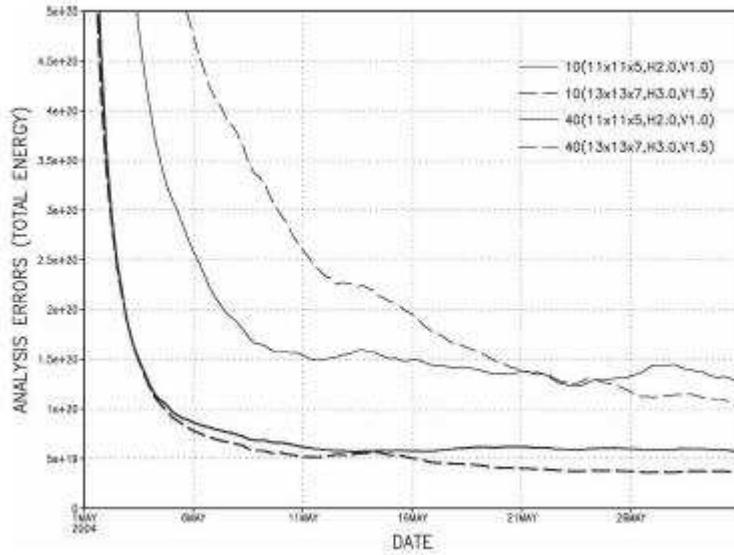


図 3.3: アンサンブルサイズ 10 と 40 での LETKF の解析誤差の時間経過。実線は初期局所化スケール ($11 \times 11 \times 5$)、点線は $13 \times 13 \times 7$ の局所化スケールを表す。

局所化スケールを変えることにより、解析誤差は大きく変化している。15 日より前でアンサンブルサイズ 10 の解析誤差は局所化スケールにより大きな差がみられる。これはサンプリングエラーによるものであると考えられる。また、15 日より後では大きな変化はなく、10 メンバーでさえ距離のある観測は重要な情報を与えている。

より精密な調査のため、アンサンブルサイズは 40 で固定で、局所化スケールを変えていく。まず、水平局所化スケールを変化させる。ここでは鉛直局所化スケールを 7-grid に固定する。

図 3.4 はアンサンブルサイズ 40 での各局所化スケールの解析誤差の時間経過を示している。局所化スケールが大きいときには、サンプリングエラーを多く招き、KF が不安定になってしまっている。(a) では局所化スケール $41 \times 41 \times 7$ が発散していることからわかる。また、(a) より、 $11 \times 11 \times 7$ が誤差最小となっている。

図 3.5 は、共分散局所化がどのような働きをしているかを調査するために行われた実験結果である。

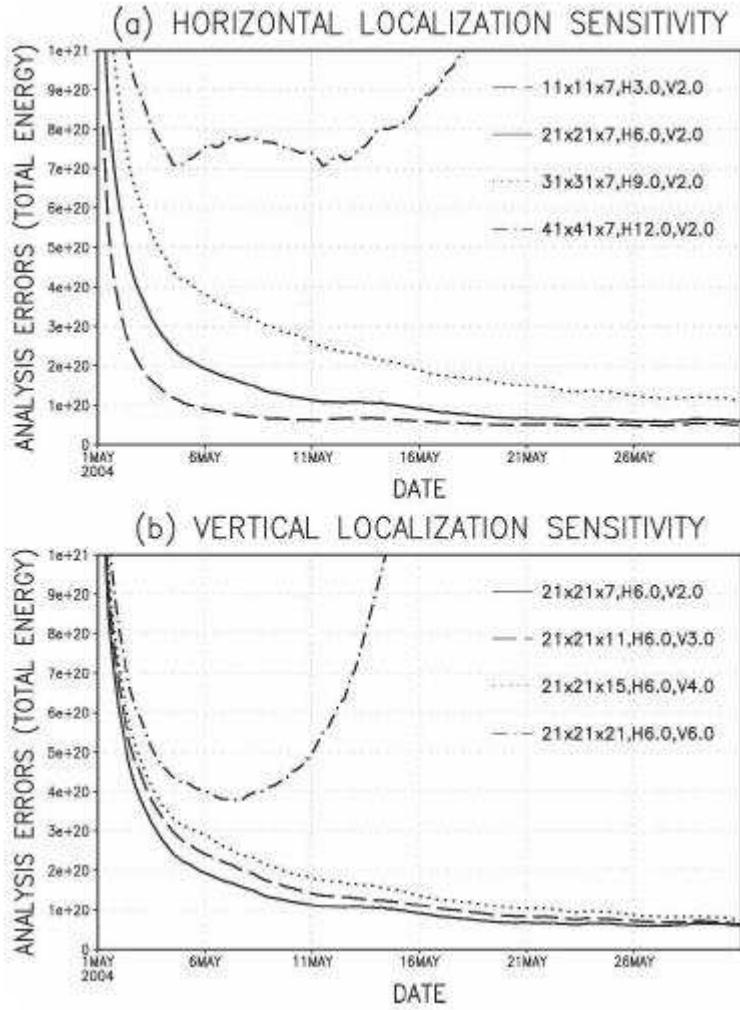


図 3.4: 40 アンサンブルメンバーでの LETKF の解析誤差の時間経過。(a) は水平局所化スケール、(b) は鉛直局所化スケールを変化させた。(a),(b) 共に実線は局所化スケール $21 \times 21 \times 7$ を表している。各線は各局所化スケールを示している。

共分散の局所化なし (左上) では、誤差共分散は相関領域で無意味なノイズパターンがみられる。局所化スケール 11×11 (右下) では、ノイズパターンは抑えているが、中心位置での誤差情報は円に近い形状となっており、流れの依存性を崩している。さらに重要な相関構造の一部が除外されている。局所化スケール 21×21 (左下) は中心位置周辺で流れに依存する誤差情報を良く保っている。しかし 11×11 と同様、いくつかの重要な相関関係は範囲外である。局所化スケール 41×41 (右上) のときには、ほとんどの重要な相関をカバーしているが、無意味な相関を持つノイズパターンを含んでいる。これは図 3.4 (a) で偽の共分散に影響されていることに一致する。

3.4.2 OSSE2

OSSE1 でアンサンブルサイズ 20 以上のときに安定した LETKF の実行が可能であった。また、OSSE1 の結果から局所化スケールのチューニングが示唆された。図 3.6 は OSSE2 での解析誤差の時間経過を示したものである。

OSSE2 では、初期設定よりも弱い局所化で解析誤差は小さくなってしまっており、局所化スケール 21×21 が最適であると考えられる。以下、局所化スケールを 21×21 と固定して実験を行う。

図 3.7 は初期スピinnアップ後の 21 日平均での風、温度、表面気圧の解析 RMSE を東西平均したものである。

解析誤差はほとんどの地域で南北、東西風は 2.0 m/s 、温度は 1.0 K 、表面気圧は 0.5 hPa となっており、非常に小さい。しかし、観測がほとんど利用されていない地域、特に南半球で解析誤差は大きくなっている。

図 3.8 は時間平均した解析 RMSE とアンサンブルスプレッドを示している。上下両図は 0.96 という高い相関パターンを示している。これは、アンサンブルスプレッドが精度良く解析誤差を表現していることを意味し、LETKF の誤差構造を捕える能力の高さを示している。

3.4.3 Real Observations

図 3.9 は 2004 年 8 月 16 日 0000UTC での LETKF と 3DVAR の海面気圧の解析場である。

LETKF の解析場と気象庁の解析場の差はおよそ 0.5 hPa と小さい差である。しかし、観測の少ない南極大陸では 3.0 hPa の差がある。

次に、LETKF の解析値、気象庁の解析値、NNR の 3 つの解析値を用いた予報実験を行った。

図 3.10 から各解析値からの 48 時間予報精度を検証する。NNR は低解像度のため全ての地域で予報誤差が最も大きくなっている。北半球では、LETKF と気象庁の解析の間に大きな差はみられないが、南半球では、LETKF の誤差が大きくなっている。LETKF は衛星輝度のデータ同化は行っていないため、観測が少なく、衛星観測が重要な役割を果たしている南半球で誤差が増大したと考えられる。

3.5 まとめと考察

Miyoshi and Yamane (2007) では以下の 3 つの実験を行った。

1. regular observing network での完全モデル実験 (OSSE1)
2. real observing network での完全モデル実験 (OSSE2)

3. 実際の観測での実験 (Real Observations)

OSSE1 から、洗練された物理過程を持つ T159/L48 での LETKF は 10 メンバーできえ発散せず、20 メンバー以上では非常に安定し、この場合、表面気圧の解析誤差は観測誤差の半分以下となった。

OSSE2 より、LETKF は安定して、ほとんどの地域で風 2.0 m/s、温度 1.0 K、表面気圧 0.5 hPa の小さな解析誤差となったがとなつたが、極地域で非常に大きな誤差がみられた。特に観測がほとんどない南半球の海上で顕著であった。アンサンブルスプレッドは実際の誤差構造をよく捕えていた。しかし、アンサンブルスプレッドは南半球で実際の解析誤差よりも大きく、熱帯では小さくなつた。これは各地域での最適な共分散膨張が異なることを示している。

最適局所化スケールはアンサンブルサイズと観測ネットワークに依存する。局所化の効果は、サンプリングエラーの減少と流れに依存する誤差情報のトレードオフであり、厳しい局所化ではサンプリングエラーを減らすことができるが、流れに依存する誤差情報は用いられなくなる。また、サンプリングエラーはアンサンブルサイズに強く影響される。アンサンブルサイズが与えられているとき、局所化スケールの調節が必要である。

Real Observations から、実際の観測を用いた結果は良好であった。NH では、LETKF の解析は気象庁による解析と同程度の精度であったが、SH では、衛星輝度の不使用により、気象庁の解析より劣っていた。

解析での圧力レベルデータによる解像度の減少や、モデルの違いにより正確な解析技術の比較は単純なものではないが、この研究結果より、LETKF は 3DVAR と同程度、精度の高い解析手法であると結論づけられる。

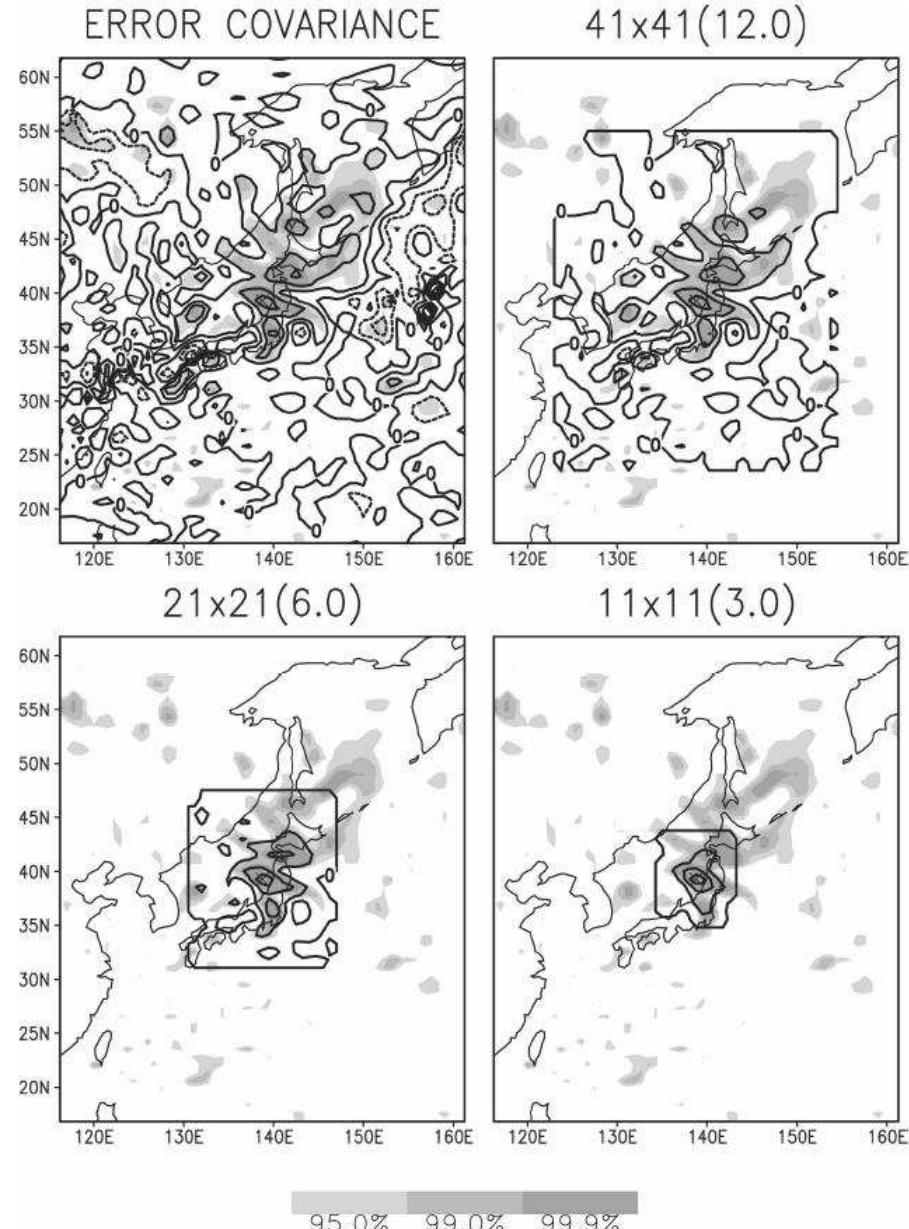


図 3.5: ランダムな時刻でのアンサンブルサイズ 40 で推定された中緯度水平温度誤差共分散分布。左上は局所化なし、右上は 41×41 、左下は 21×21 、右下は 11×11 の局所化スケールでそれぞれ局所化した図である。領域の中心は共分散の基準地である。コンターの間隔は $0.001 K^2$ であり、影は有意な領域を表している。

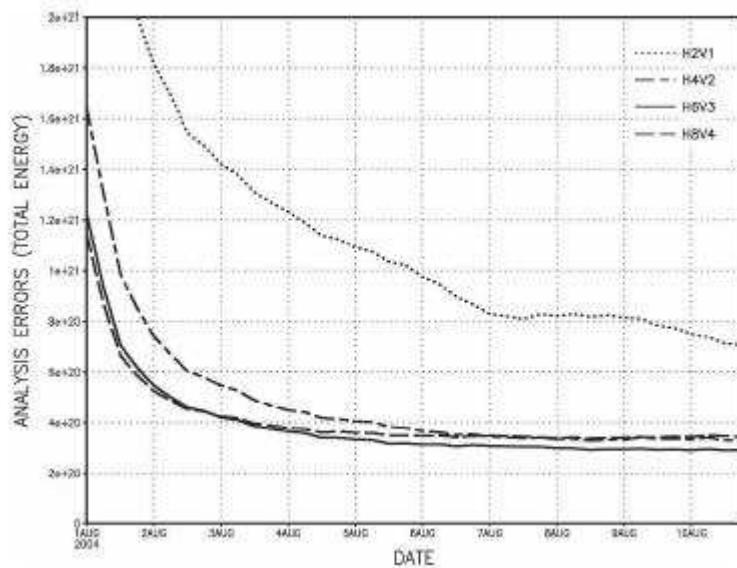


図 3.6: 40 アンサンブルメンバーでの LETKF の解析誤差の時間経過。点線は局所化スケール $11 \times 11 \times 5$ であり、点破線、実線はそれぞれ、 $17 \times 17 \times 9$ 、 $21 \times 21 \times 13$ の局所化スケールを表す。

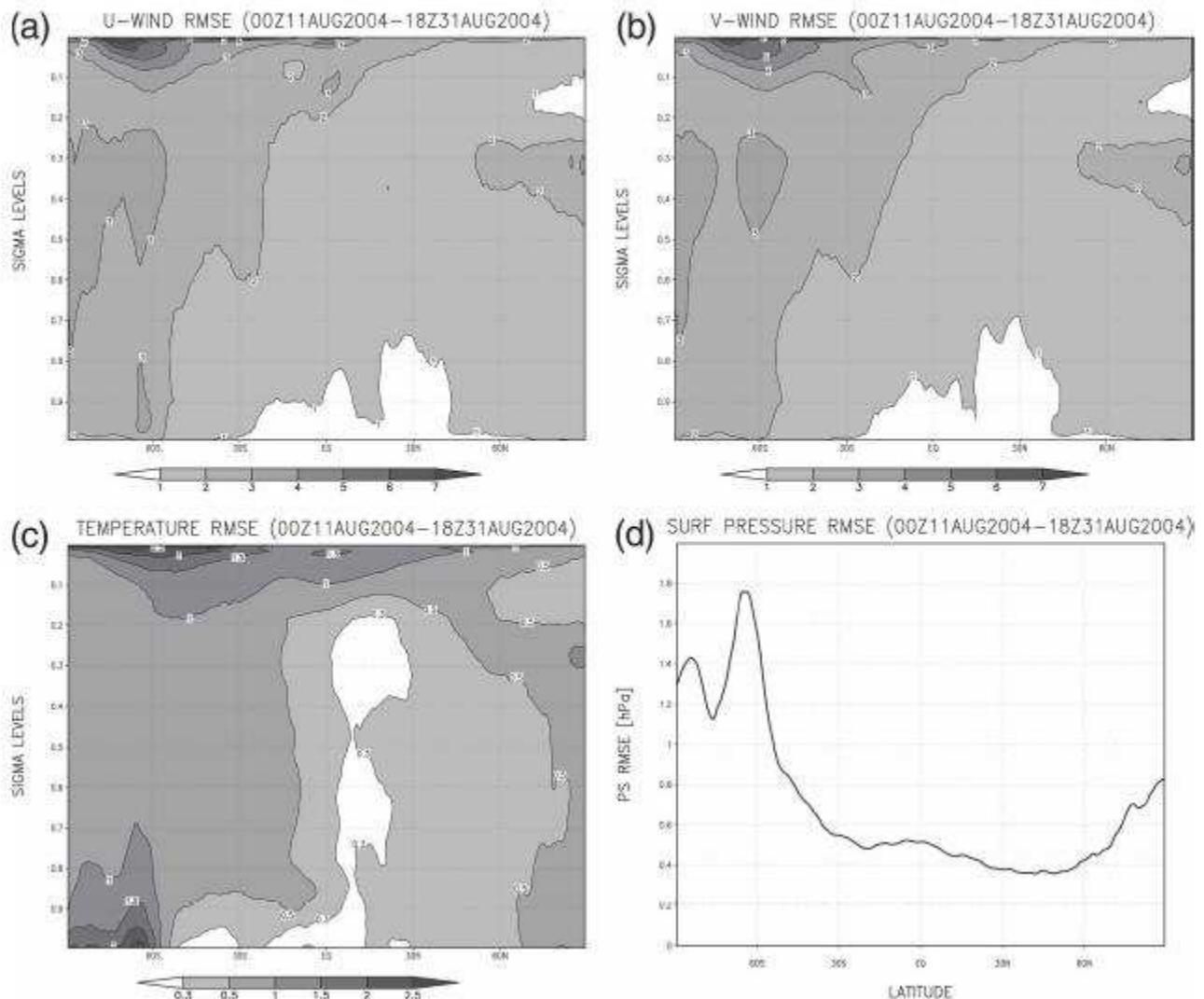
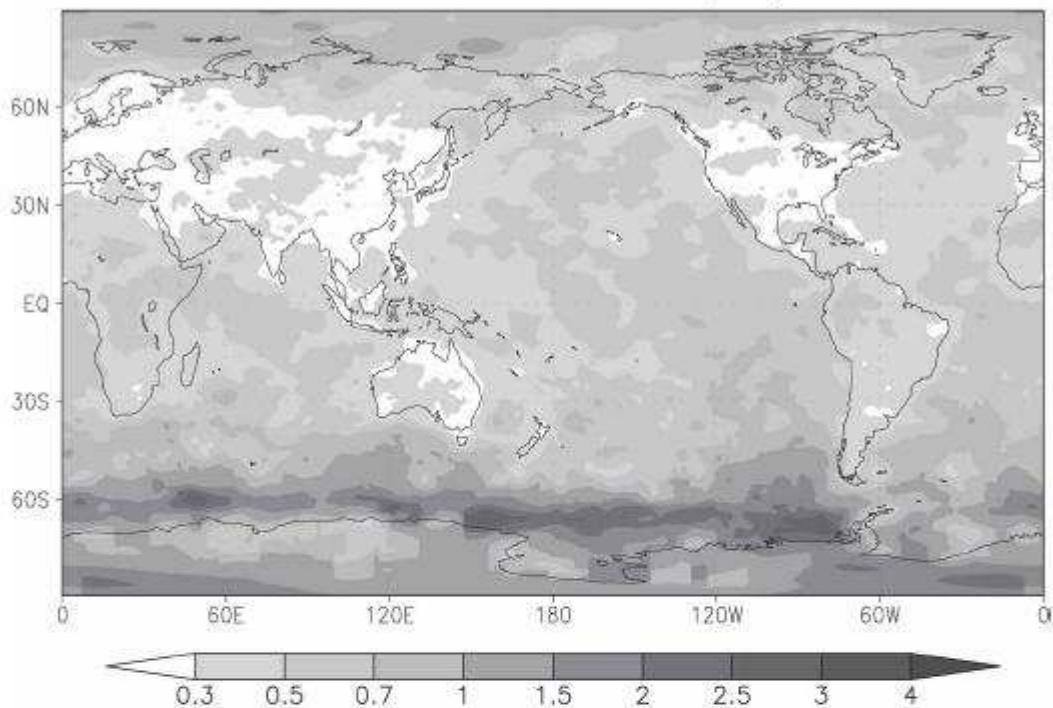


図 3.7: 10 日間の初期スピンアップ後、2004 年 8 月 11 日 0000UTC から 2004 年 8 月 31 日 1800UTC まで 21 日平均した解析 RMSE を東西平均した図。(a) は東西風 (m/s)、(b) は南北風 (m/s)、(c) は温度 (K)、そして (d) は表面気圧 (hPa) となっている。

ANALYSIS RMSE (PS)



ANALYSIS SPREAD (PS)

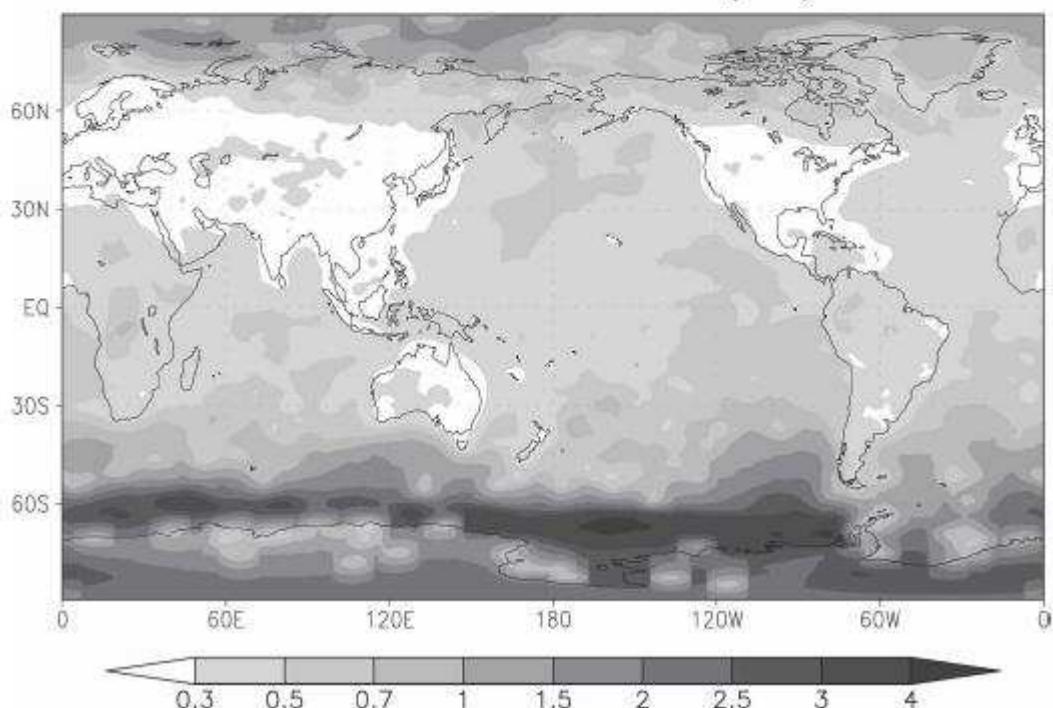


図 3.8: 10 日間の初期スピナップ後、2004 年 8 月 11 日 0000UTC から 2004 年 8 月 31 日 1800UTC まで 21 日平均した表面気圧 (hPa) の解析 RMSE (上図) とアンサンブルスプレッド (下図) の空間分布。

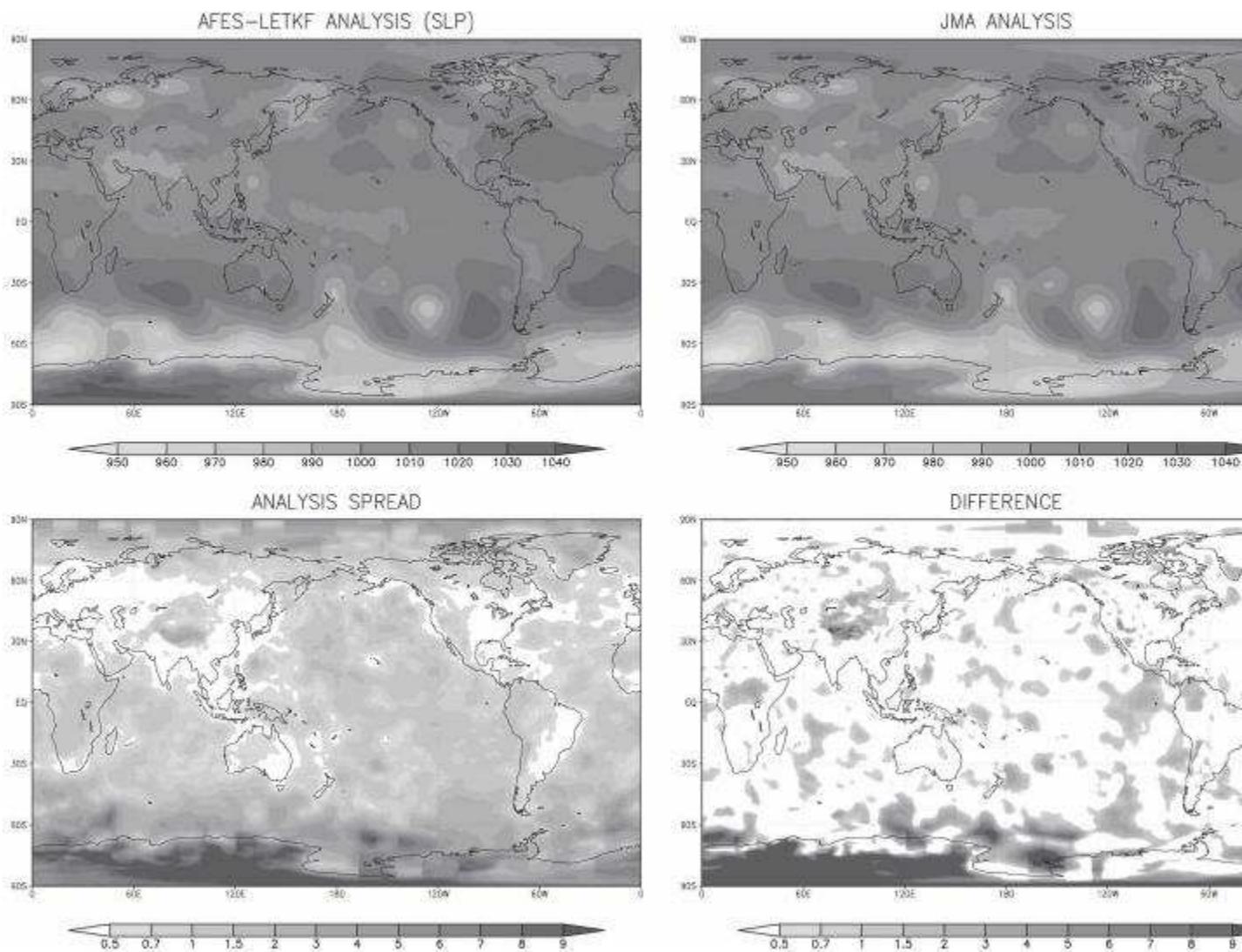


図 3.9: 2004 年 8 月 16 日 0000UTC での海面気圧の解析場 (hPa)。左上の図は AFES での LETKF の解析、右上は気象庁の解析 (3DVAR)、左下は LETKF のアンサンブルス プレッド、右下は LETKF と 3DVAR の解析場の差をとったものである。

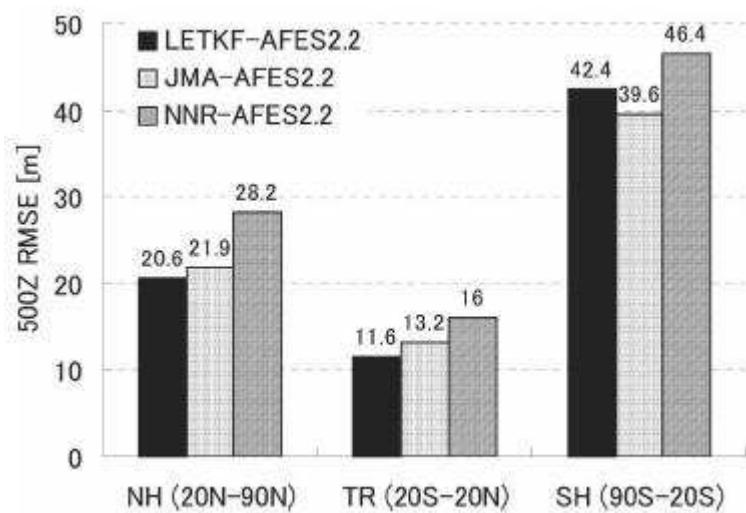


図 3.10: 500 hPa 高度の 48 時間予報 RMSE 誤差のグラフである。誤差は 48 時間予報誤差と各解析値との差とする。JMA-AFES2.2 は AFES を用いた気象庁の予報誤差を示している。LETKF、NNR についても同様である。

第4章 ローレンツモデルでの EnKF の実装

4.1 実験の流れと設定

EnKF をローレンツモデルに適用し、以下の 3 つの実験を行う。

1. 最適アンサンブルサイズの調査 (実験 1)
2. PO 法、SRF でのデータ同化実験 (実験 2)
3. PO 法と SRF の比較実験 (実験 3)

実験 2 の目的は PO 法と SRF の二つの手法を、それぞれローレンツモデルに適用したときの各手法の誤差構造を明らかにすることである。実験 3 は PO 法と SRF の実験結果を比較し、どちらがよりローレンツモデルに適した手法であるかを調査することが目的である。

実験 2、3 では実験 1 の結果から最適アンサンブルサイズを用いて行った。解析誤差は解析値と観測値のノルムの差とし、解析誤差の総和は、ある時間ステップまでの単純な解析誤差の和とした。初期アンサンブル摂動として、 x 座標に平均 0、分散 2.34, y 座標に平均 0、分散 2.31, z 座標に平均 0、分散 2.34 の正規分布に従う誤差を各初期値に与えた。また、データ同化の際、観測値として真値にランダムな誤差を加えた値を用いた。

その他、SRF は LETKF を採用、誤差共分散膨張の手法として multiplicative inflation を適用し共分散膨張パラメータ Δ を 0.05 と固定、時間刻みを 0.001 とした。

4.2 ローレンツモデル

ローレンツモデルは、アメリカの気象学者エドワード・ローレンツが 1963 年に大気の対流現象を研究するために提案したモデルである。ローレンツ方程式は、大気の熱対流を表すブシネ近似のナビエ・ストークス方程式を変形することで得られる。

これらの解は、(x,y,z) の 3 次元の相空間内の軌跡として表されるが、解の時間的振舞いが非常に複雑である。

ローレンツモデルは以下の 3 つの式で表される。

$$\dot{x} = -\sigma(x - y) \quad (2.1)$$

$$\dot{y} = -xz + \gamma x - y \quad (2.2)$$

$$\dot{z} = xy - bz \quad (2.3)$$

ここで、 σ はプランドル数 (動粘性係数 / 熱伝導率) , γ はレーリー数 (流体の下部と上部との温度差に比例) , b は幾何学的な定数であり、それぞれ定数である。
 $\sigma = 10$, $\gamma = 25$, $b = 8/3$, x,y,z の初期状態を 10.0 とした場合でのローレンツモデルを図 4.1 に示す。

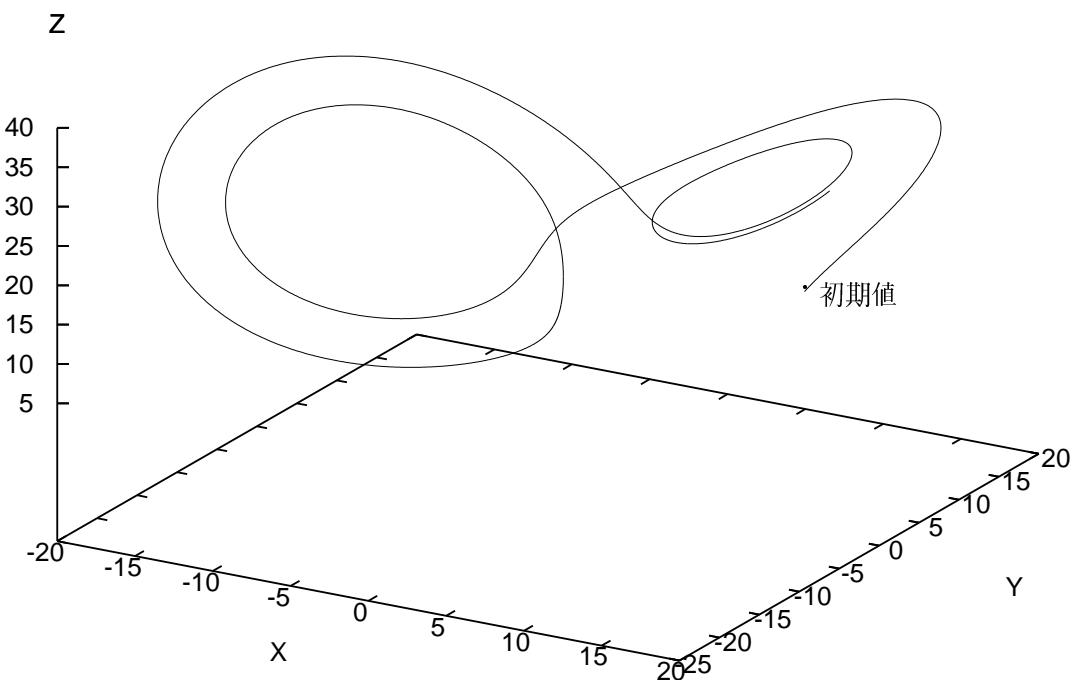


図 4.1: ローレンツモデル (時間ステップ 3300 まで)

ローレンツモデルの特徴を以下に示す。

- ・ 軌跡を引きつける蝶の羽型の領域 (ローレンツアトラクタ) が存在
- ・ どちらかといえば規則的な回転運動と二つの羽の間での不規則な飛び移りがある
- ・ 同じ場所は二度と通らない

第5章 実験結果

5.1 実験 1

ローレンツモデルでは、モデル変数が 3 変数のため、アンサンブルサイズを大きくしても計算時間はほとんど変化しないと仮定し、最適アンサンブルサイズを時間ステップ 10000 までの解析誤差の総和を比べることにより調査する。この実験では PO 法を用い、アンサンブルサイズ 10,20,40,80,160,320 に対して行った。以下の図 5.1 が実験結果である。

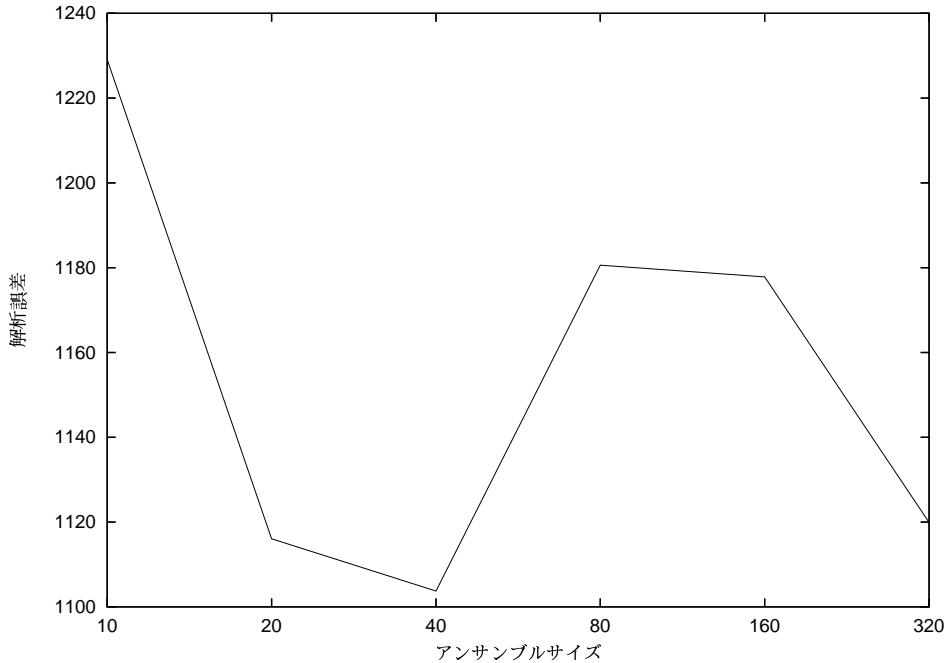


図 5.1: アンサンブルサイズに伴う解析誤差の変化

図 5.1 は各アンサンブルサイズによる解析誤差を示している。解析誤差はアンサンブルサイズ 40 のときに最小となり、アンサンブルサイズの増大と共に大きくなっている。アンサンブルサイズが 40 より小さいときに解析誤差が大きいのは、サンプル数が少ないとによるサンプリングエラーの影響であると考えられる。また、アンサンブルサイズが 40 以上のときに解析誤差が大きいのは、モデルの分岐点で解析誤差が増大したことによるものであると考えられる。さらに、320 メンバーで、解析誤差が再び減少した原因としては、サンプリングエラーの減少が考えられる。

この実験 1 より最適アンサンブルサイズは 40 であり、以降の実験 2、3 でのアンサンブルメンバー数は 40 とする。

5.2 実験 2

実験 2 を行う前に、アンサンブル予報でのローレンツモデルの予報実験を行った。時間ステップが 1700 までの実験結果を図 5.2 に示す。

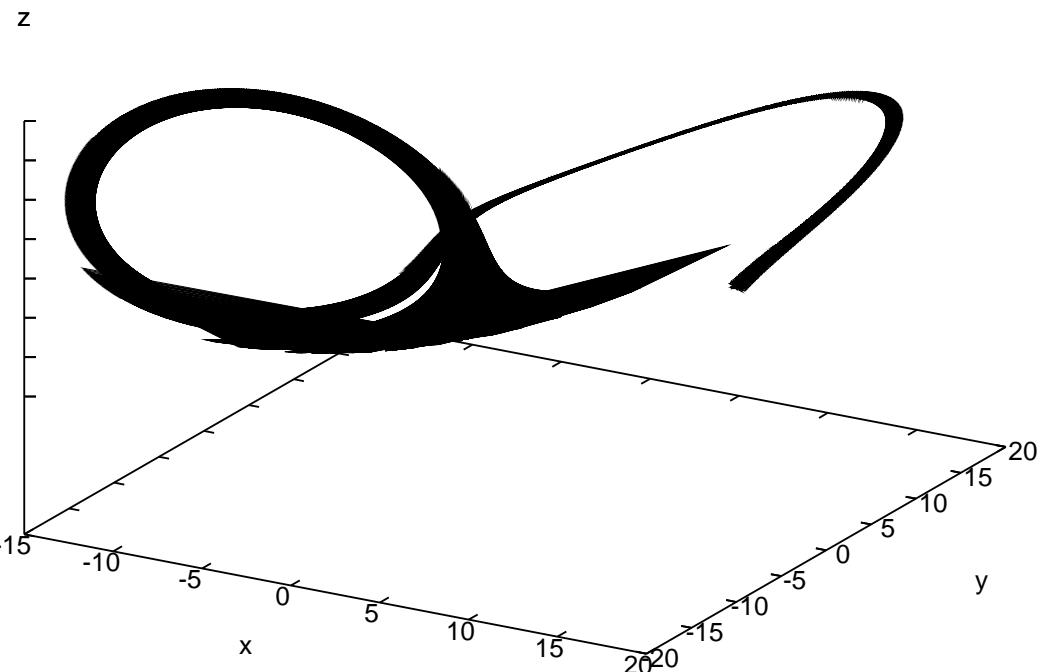


図 5.2: ローレンツモデルのアンサンブル予報実験。実線の太さはアンサンブルスプレッドの広がりを示す。(時間ステップ 1700 まで)

実際のローレンツモデルならばこの時点では左方向 (x が負の方向) に進むのだが、アンサンブルメンバーは二方向に分かれ、アンサンブルスプレッドの広がりは急激に増大している。

図 5.3 はアンサンブル予報での解析誤差の時間発展を示している。1500 ステップ付近までは解析誤差は小さく、ローレンツモデルを良く予報できているが、その後誤差は急激

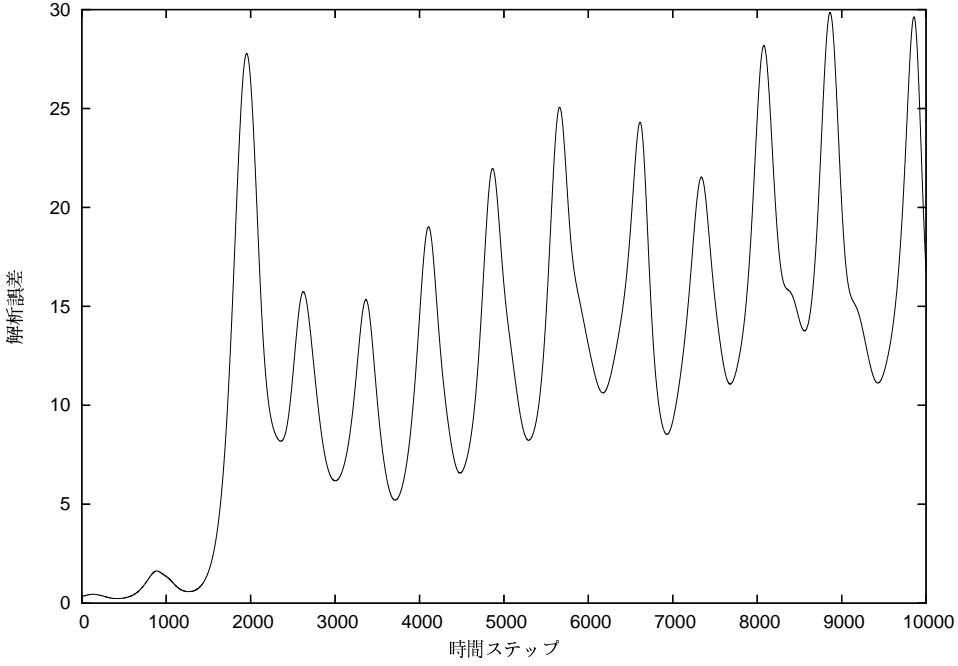


図 5.3: アンサンブル予報での解析誤差の時間経過

に増大し、10000 ステップまで周期的な増減を繰り返している。

図 5.2、図 5.3 から、アンサンブル予報の予報精度はかなり低いことがわかる。

PO 法を用いたデータ同化実験の結果を図 5.4、図 5.5 に示す。

図 5.4 は PO 法によりローレンツモデルを表現した図である。実線の太さはアンサンブルスプレッドの広がりを表す。PO 法で観測値を同化することにより、図 5.4 はローレンツモデル（図 4.1）と良く似た図になった。PO 法を用いることで、アンサンブルスプレッドはアンサンブル予報でみられたような大きな広がりはみられなくなったが、初期時刻付近 (y 軸最大) と、図 5.2 でスプレッドが急増したモデルの分岐点付近でやや大きく広がっている。

図 5.5 は時間ステップ 10000 までの解析誤差の時間発展を表している。解析誤差は初めの数ステップで初期に与えた誤差を上回ったが、その後それを超える大きな誤差はみられない。これは解析値が真値に近い値となっていることを示している。また、全体を通して周期的な解析誤差の増減が存在している。この原因として、モデルの分岐点で誤差が増大したことが考えられる。

図 5.4、図 5.5 より、PO 法は初期時刻とモデルの分岐点付近でスプレッドの広がりが大きくなり、解析誤差が増大していることがわかる。

次に、SRF によるデータ同化実験の結果を図 5.6、図 5.7 に示す。

図 5.6 は SRF によりローレンツモデルを再現したものである。PO 法と同様にローレンツモデルと類似した図になっている。ただ、全体を通してアンサンブルスプレッドの広がりは大きく、時間ステップによるスプレッド幅の変化はあまりみられない。

図 5.7 は解析誤差の時間発展を表している。PO 法でみられた周期的な解析誤差の増大

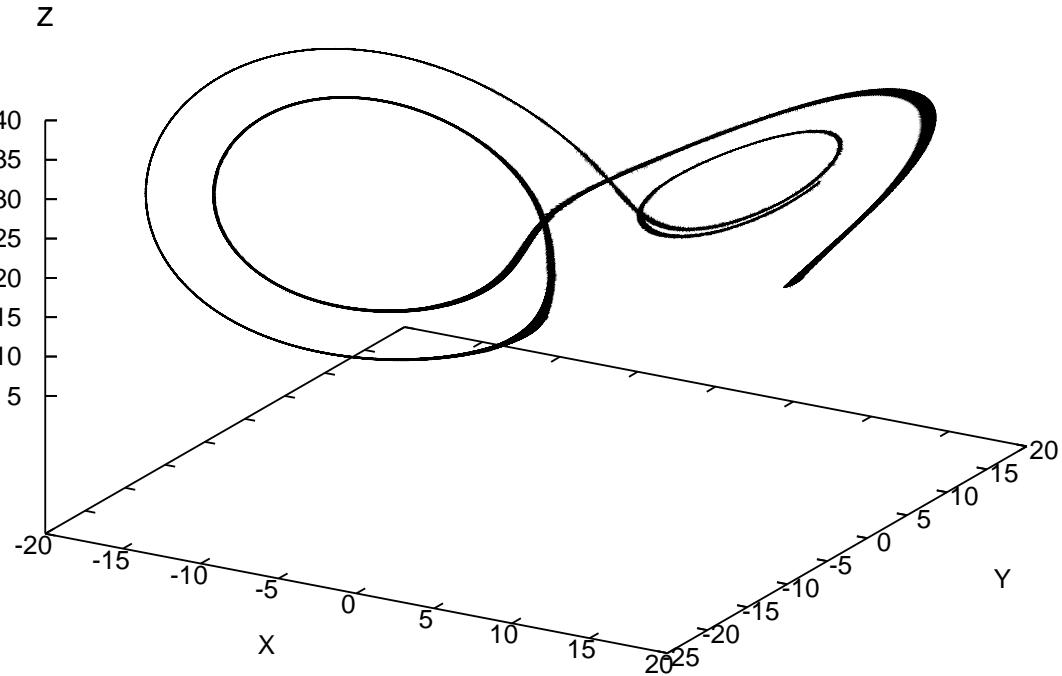


図 5.4: PO 法でのデータ同化実験結果。実線の太さはアンサンブルスプレッドの広がりを表す。(時間ステップ 3300 まで)

はない。解析誤差は $0.1 \sim 0.15$ の間で振動しており、時間的、空間的な変化は小さい。

図 5.6、図 5.7 より、SRF の解析誤差は、時間的、空間的に大きな変化はなく、 $0.1 \sim 0.15$ の間でほぼ一定となることがわかる。

5.3 実験 3

PO 法と SRF の解析誤差を比較することにより、どちらが優れた手法であるかを調査する。PO 法と SRF の解析誤差の差を示したものが図 5.8 ~ 図 5.11 である。

図 5.8 は二つの手法での解析誤差の差の時間発展を示している。解析誤差が 0 より大きい場合は SRF、0 より小さい場合には PO 法の解析誤差がより小さい。解析誤差は、時間ステップ約 2000 までは PO 法が SRF より大きい。2000 ステップ以降では、PO 法の周期的かつ一時的な誤差の増大があるものの、基本的には、SRF の解析誤差が PO 法よ

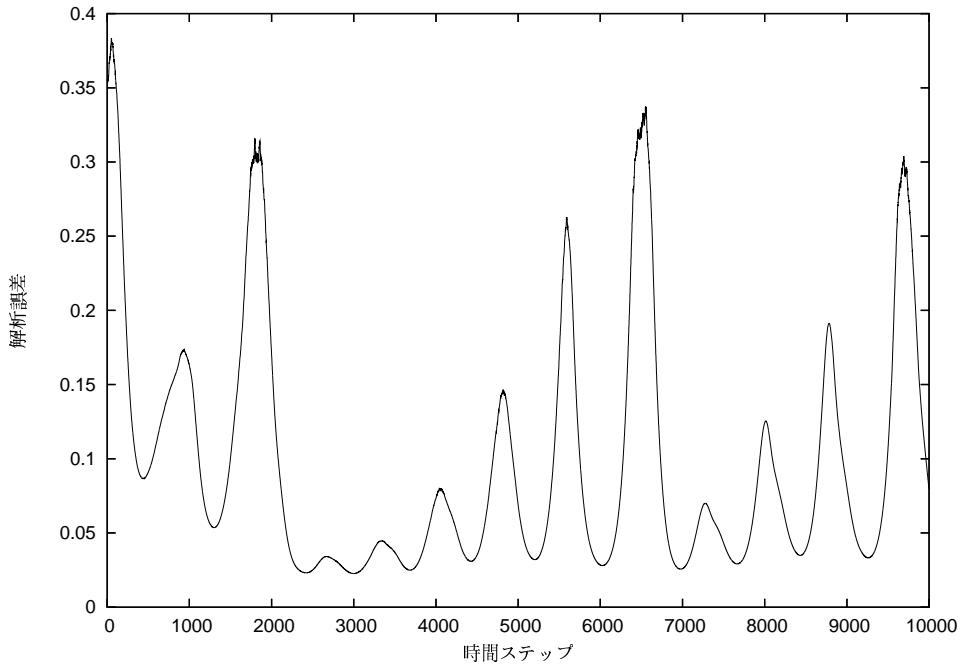


図 5.5: PO 法での解析誤差の時間経過 (時間ステップ 10000 まで)

りも大きくなっている。以上のこととは図 5.9、図 5.10 からも示される。

図 5.11 は二つの手法における時間ステップ 10000 までの解析誤差の総和を表したものである。時間ステップ 10000 までならば PO 法の方が若干ではあるが解析誤差が小さくなっている。しかし、10000 ステップまでの解析誤差の差はおよそ 30 であることから、1 ステップあたりでは 0.003 の差となる。この差は微小であり、0 であると考えても問題ない。

図 5.8 ~ 図 5.11 より、PO 法と SRF の解析誤差の差は時間経過でみると、時間ステップ 2000 までは、SRF が、その後は PO 法が小さくなっている。しかし、解析誤差の総和を比較してみると、極僅かな差しかない。

一方、解析誤差の総和ではなく、RMSE での比較結果が図 5.12 ~ 図 5.14 である。

解析誤差の総和での比較と同様に、時間ステップ 2000 までは PO の誤差が大きく (図 5.12)、2000 ~ 10000 ステップでは SRF がより大きくなっている (図 5.13)。しかし、10000 ステップまででは、PO 法の誤差が大きく、解析誤差の総和での比較と異なっている (図 5.14)。これは、RMSE では解析誤差の総和に比べ、解析誤差の大きい時刻の比重を重くしたためである。RMSE で比較した場合でも、両手法の差は微小である。

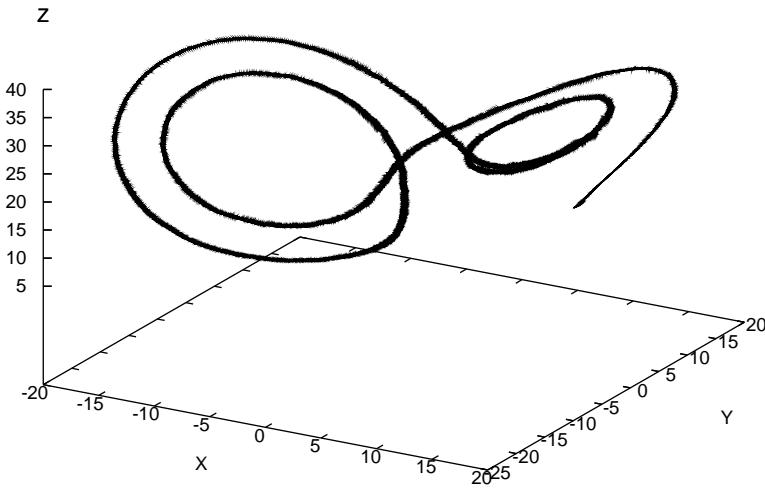


図 5.6: SRF でのデータ同化実験結果。実線の太さはアンサンブルスプレッドの広がりを表す。(時間ステップ 3300 まで)

5.4 追加実験 1

実験 3 では、PO 法と SRF はほぼ等しい解析誤差を持ち、大きな差はみられなかった。そこで、追加実験 1 では、両手法の初期摂動依存性を調査する。各手法に初期アンサンブル摂動として、分散 1.62、2.04、2.34 を用いた同化実験をそれぞれ行う。

図 5.15 は PO 法を用いた場合の各分散での解析誤差の時間経過を表している。分散 2.34 の解析誤差は 1000 ステップ前後で最も大きいが、周期的な誤差の増大がある時間ステップでは、最も小さくなっている。各分散での誤差構造は、解析誤差の大きさは多少異なるものの、類似しており、大きな差はみられない。

図 5.16 から 10000 ステップまでの各初期摂動の RMSE を比較する。分散 2.04 の RMSE が最も大きいが、その差は微小である。

以上の結果から、PO 法の初期摂動依存性は低いと考えられる。

図 5.17 ~ 図 5.19 は初期摂動として各分散の摂動を与えた SRF での実験結果である。

図 5.17、図 5.18 はそれぞれ、分散 2.04 と 1.62 の場合の SRF での解析誤差の時間経過である。この二つの図と図 5.7 を比較すると、初期時刻付近で多少の差はあるが、他の時間ステップではほとんど差はない。

図 5.19 は各分散での 10000 ステップまでの RMSE を示した図である。PO 法での結果と同じく、各分散の RMSE はほぼ等しい。

以上から、SRF の初期摂動依存性もまた低いと考えられる。

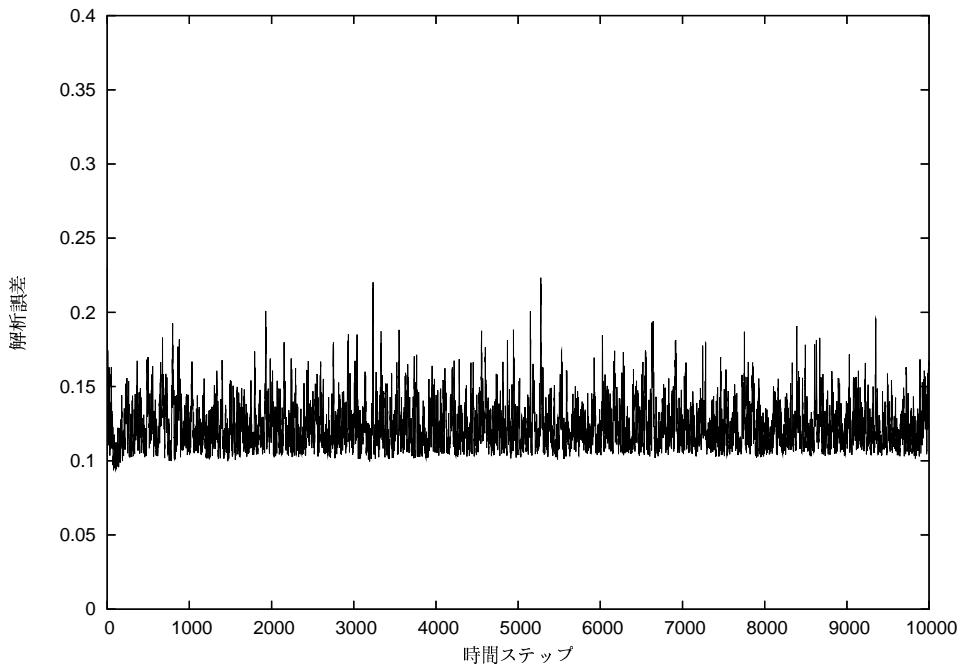


図 5.7: SRF での解析誤差の時間経過 (時間ステップ 10000 まで)

5.5 追加実験 2

追加実験2では、まず、約1000ステップ間隔で手法を替えて、解析誤差を調査する。図5.20はその結果である。SRFを用いた時間ステップでの解析誤差は振幅の小さい振動がみられるが、安定している。これは、SRFの誤差構造に一致している。PO法を用いた時間ステップでは、解析誤差は急激に増加し、SRFより振幅の大きな振動をしている。PO法の誤差構造ではこのような激しい振動はみられなかった。これは、追加実験1の結果から、初期摂動依存ではなく、観測に摂動を与えることによるランダムノイズの混入であることが原因であると考えられる。

次に、1000ステップのみで手法を替えて、解析誤差を調査する。

図5.21はSRFからPO法に手法を切替えた結果である。1000ステップ以降では、急激な解析誤差の増大がある。図5.20と同様に解析誤差は振幅の大きな振動をしており、大きな減少はみられない。

図5.22は1000ステップでPO法からSRFに替えた結果である。1000ステップ付近で、図5.21にあるような解析誤差の増大はない。その後も誤差の大きな変化はなく、安定している。

以上から、同化手法を適当な時間ステップで替えた場合、SRFの解析誤差は、単独の適用とほぼ変わらなかったのに対し、PO法の解析誤差は急増し、単独の適用では存在しなかった激しい振動がみられた。

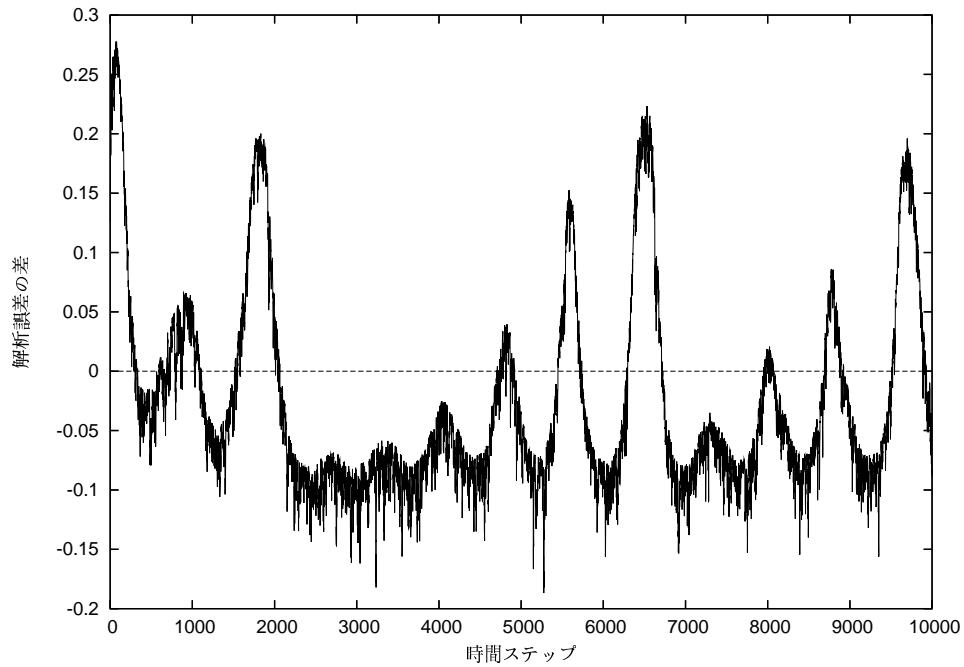


図 5.8: PO 法と SRF の解析誤差の差の時間発展。(時間ステップ 10000 まで) 0 より上で PO 法、0 より下で SRF の解析誤差が大きいことを示している。

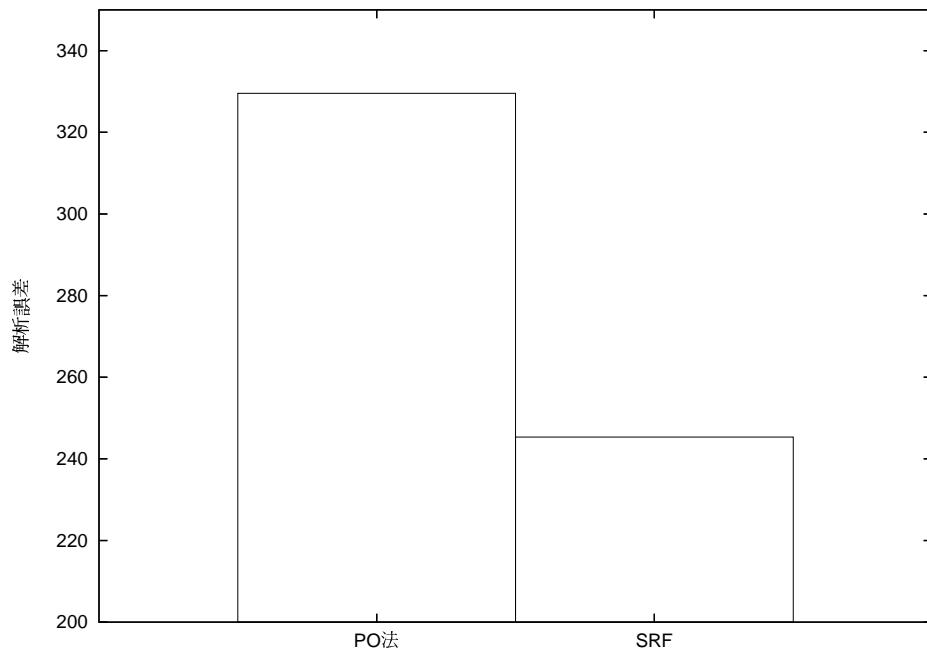


図 5.9: PO 法と SRF の解析誤差の比較 (時間ステップ 2000 までの解析誤差の総和)

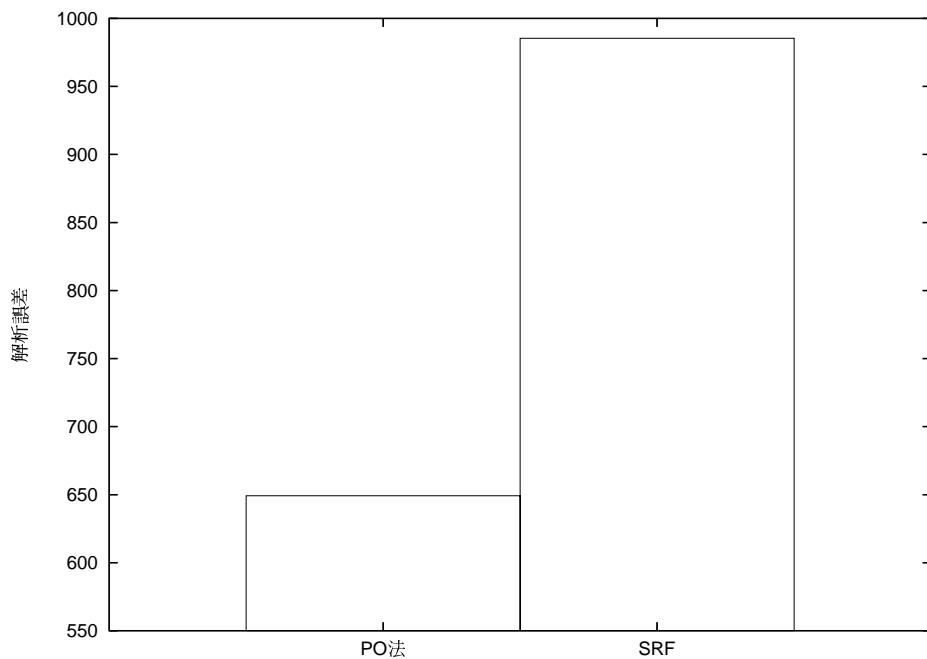


図 5.10: PO 法と SRF の解析誤差の比較 (時間ステップ 2000 ~ 10000 までの解析誤差の総和)

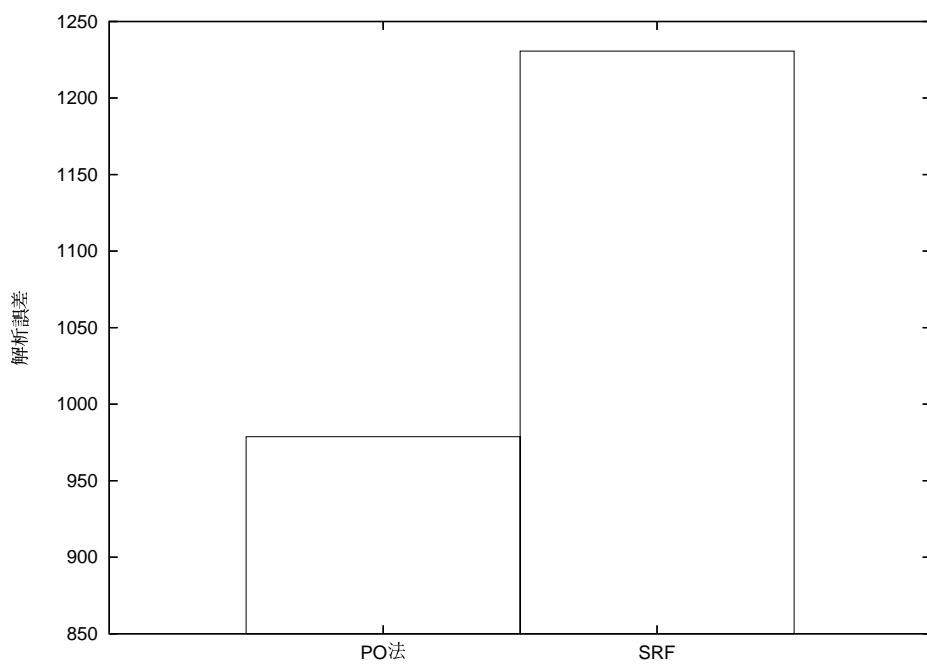


図 5.11: PO 法と SRF の解析誤差の比較 (時間ステップ 10000 までの解析誤差の総和)

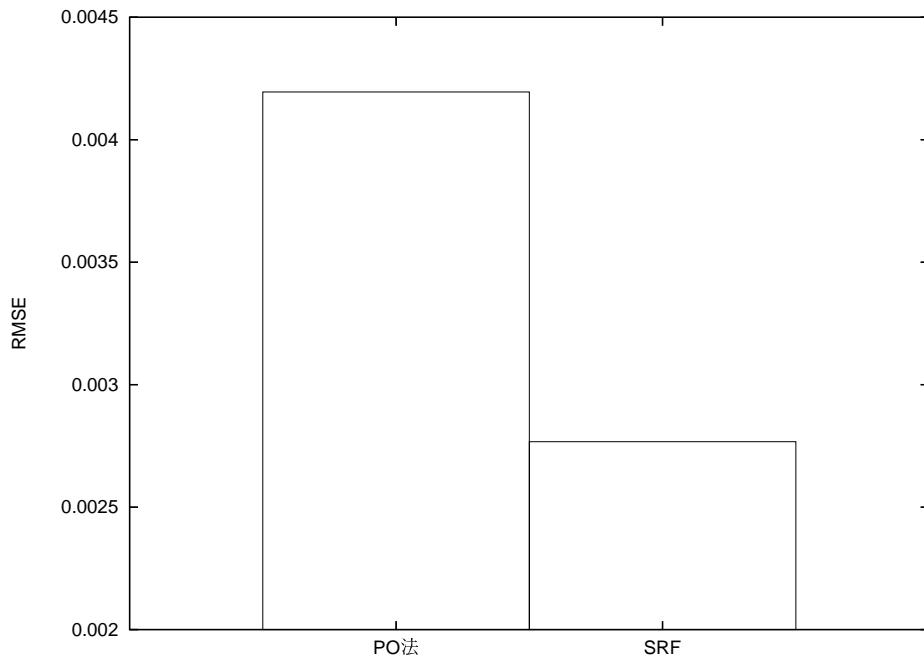


図 5.12: PO 法と SRF の解析誤差の比較 (時間ステップ 2000 までの RMSE)

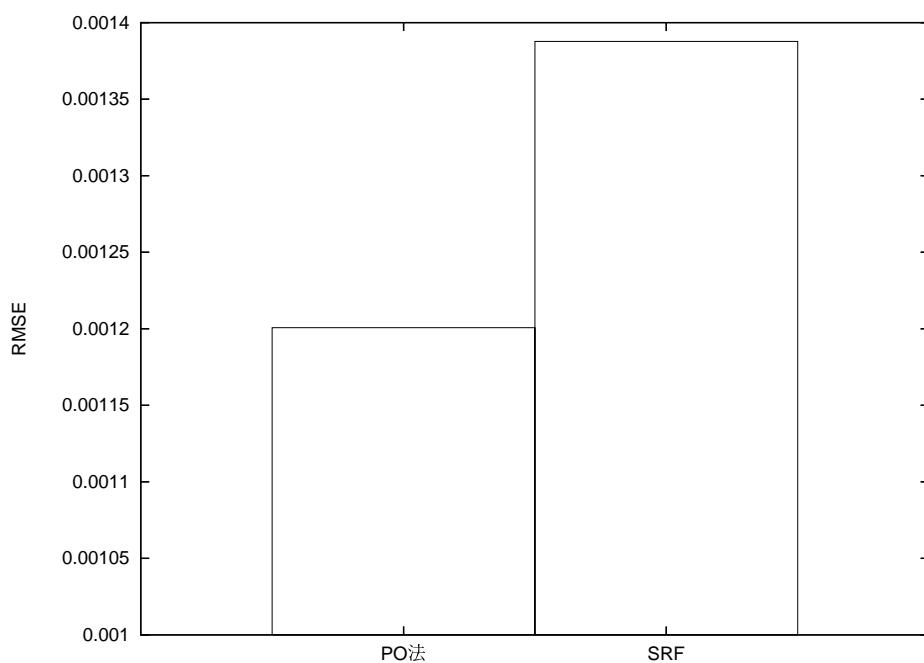


図 5.13: PO 法と SRF の解析誤差の比較 (時間ステップ 2000 ~ 10000 までの RMSE)

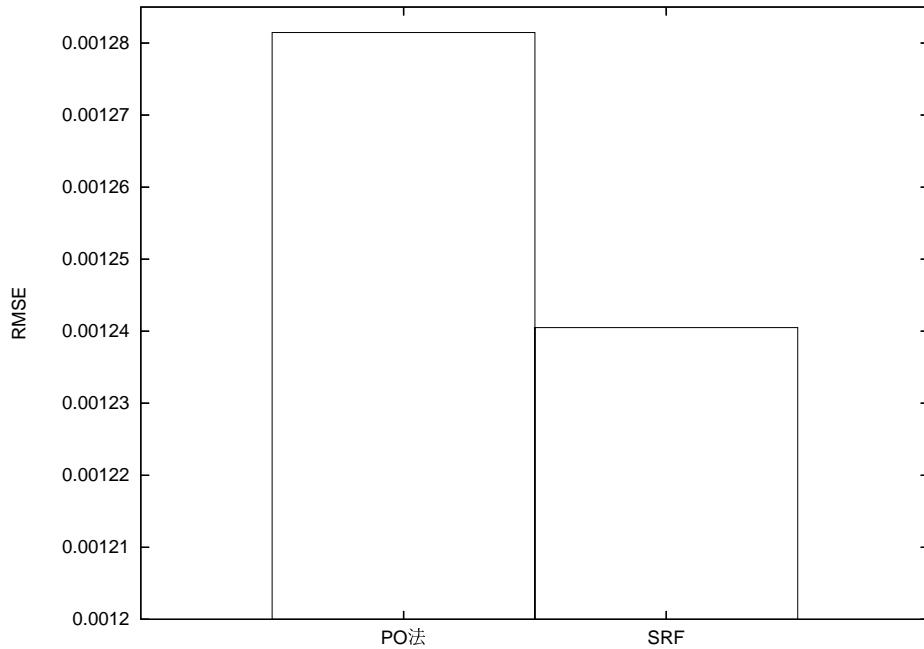


図 5.14: PO 法と SRF の解析誤差の比較 (時間ステップ 10000 までの RMSE)

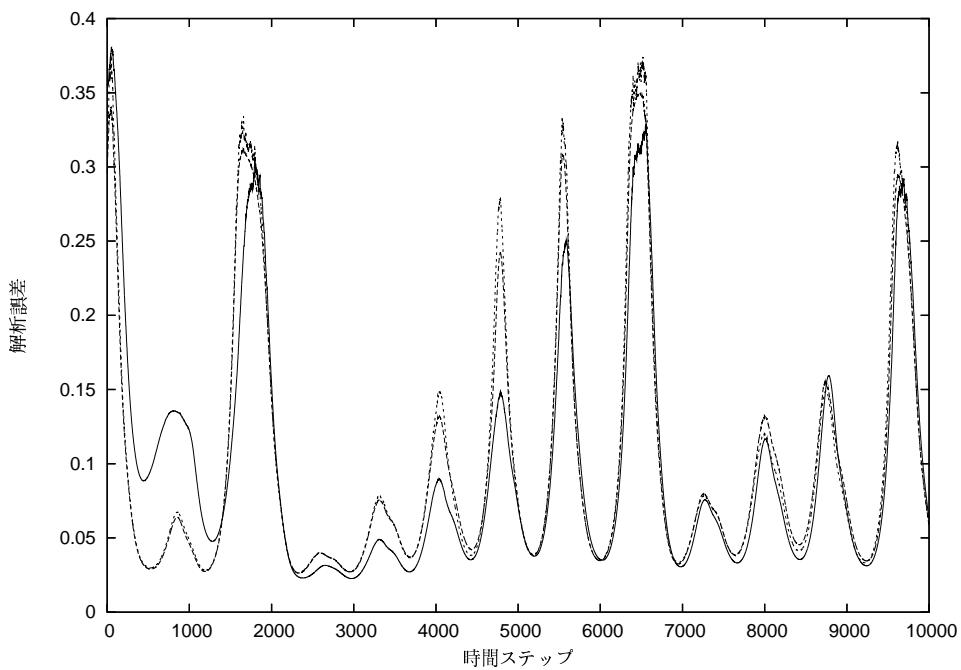


図 5.15: 各分散を用いた PO 法での解析誤差の時間経過。実線は分散 2.34、点破線は分散 2.04、点線は分散 1.62 である。

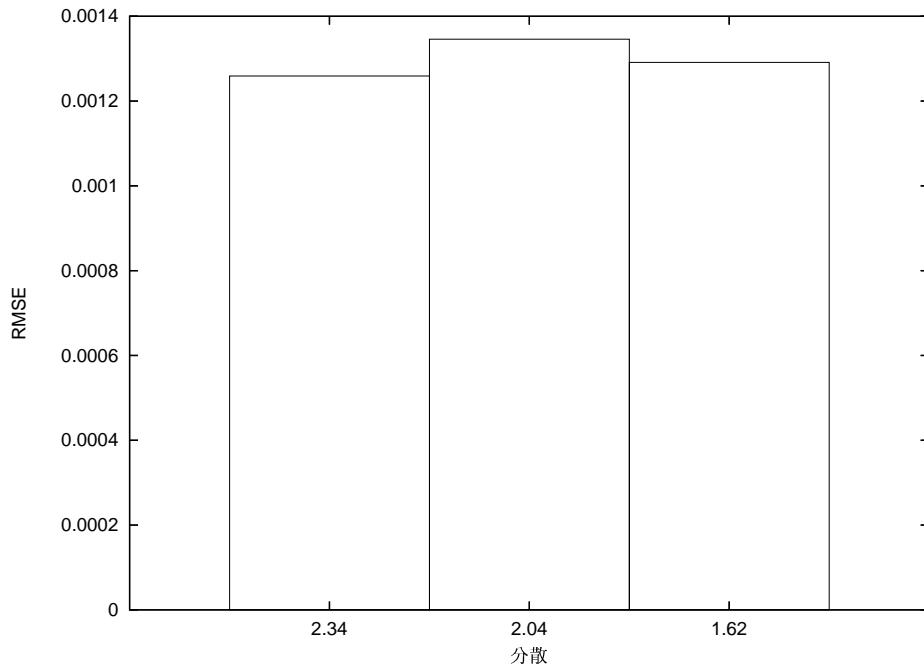


図 5.16: 各分散を用いた PO 法での RMSE の比較 (時間ステップ 10000 まで)

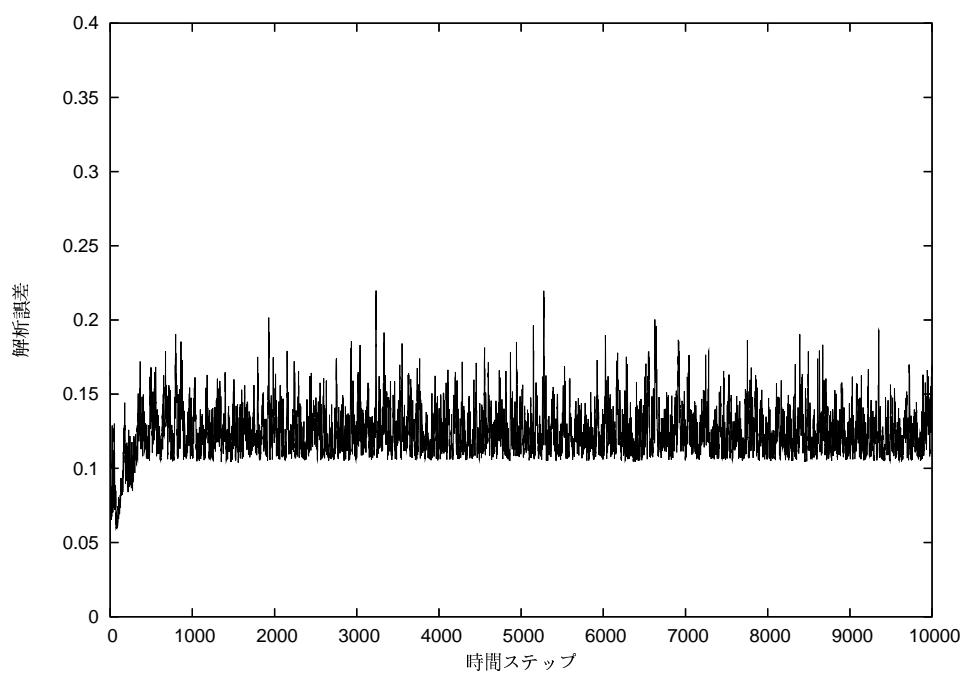


図 5.17: 分散 2.04 の初期摂動を与えた SRF での解析誤差の時間経過

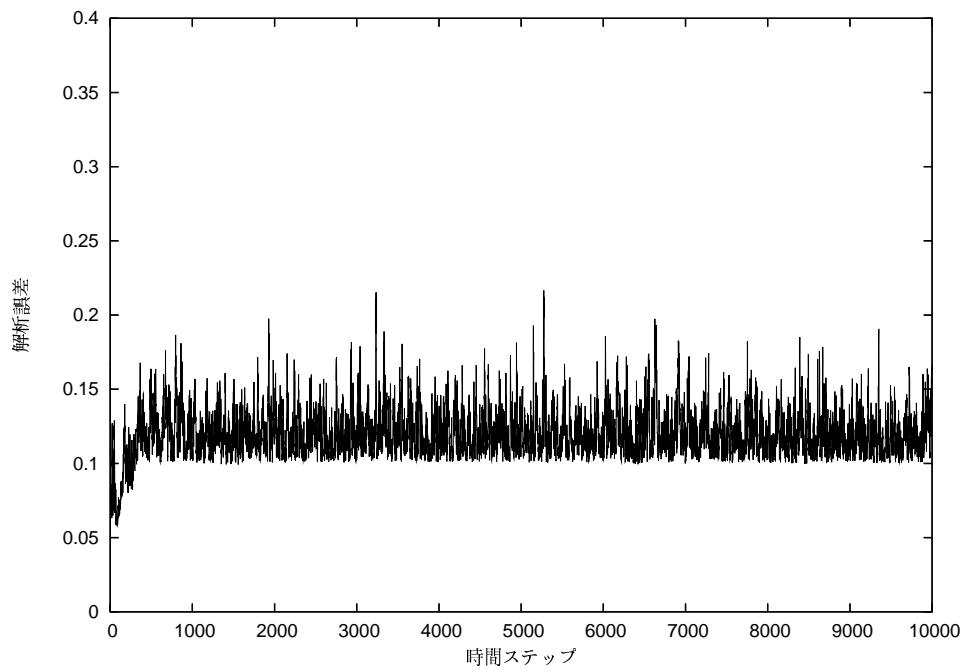


図 5.18: 分散 1.62 の初期擾動を与えた SRF での解析誤差の時間経過

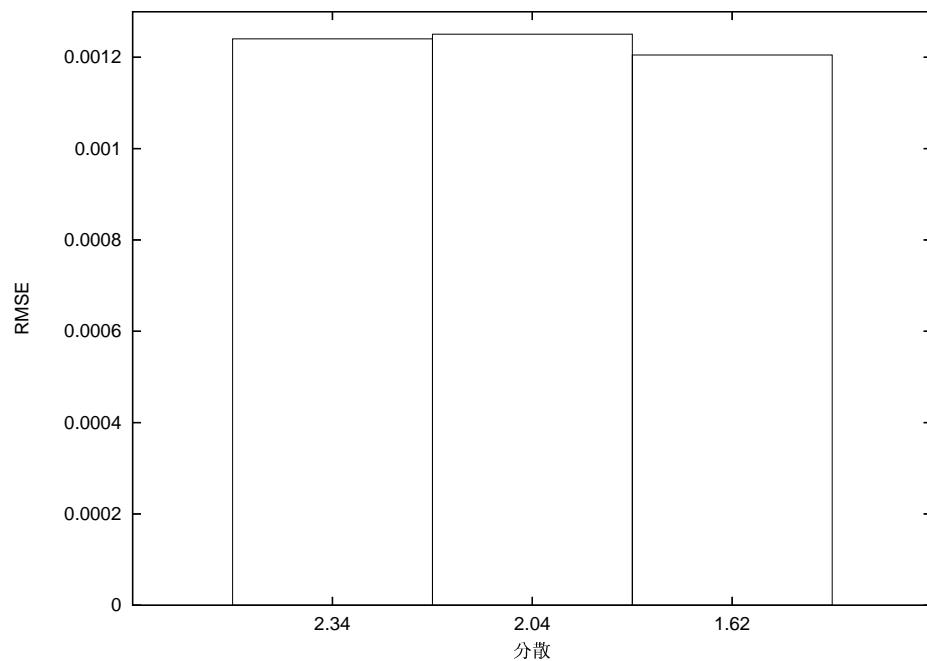


図 5.19: 各分散を用いた SRF での RMSE の比較 (時間ステップ 10000 まで)

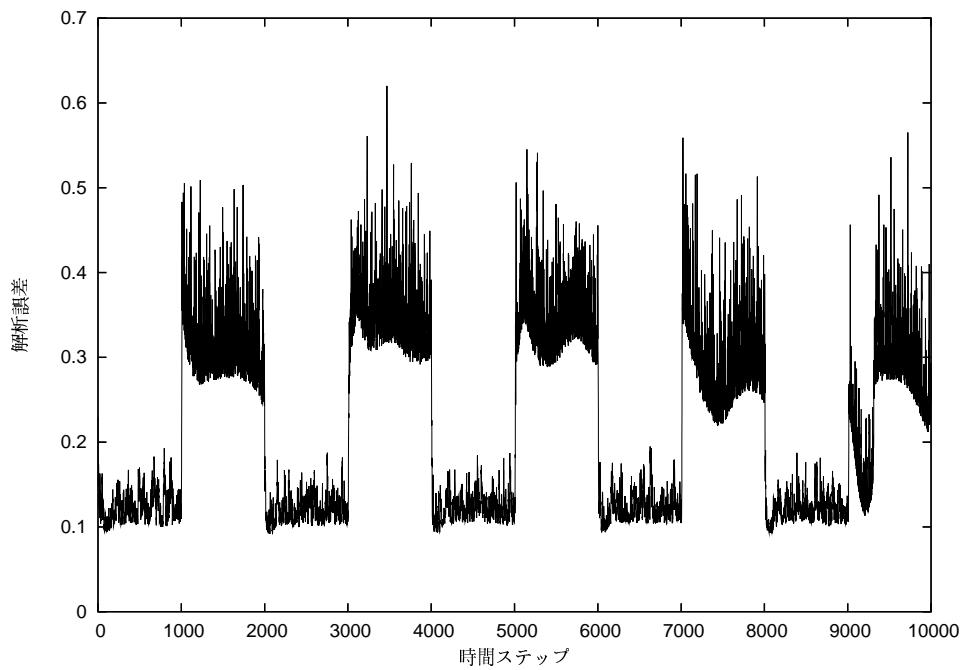


図 5.20: 時間ステップ 0~1000、2002~3002、4004~5004、6006~7006、8008~9008 は SRF を使用し、その他のステップでは PO 法を用いた場合の解析誤差の時間経過

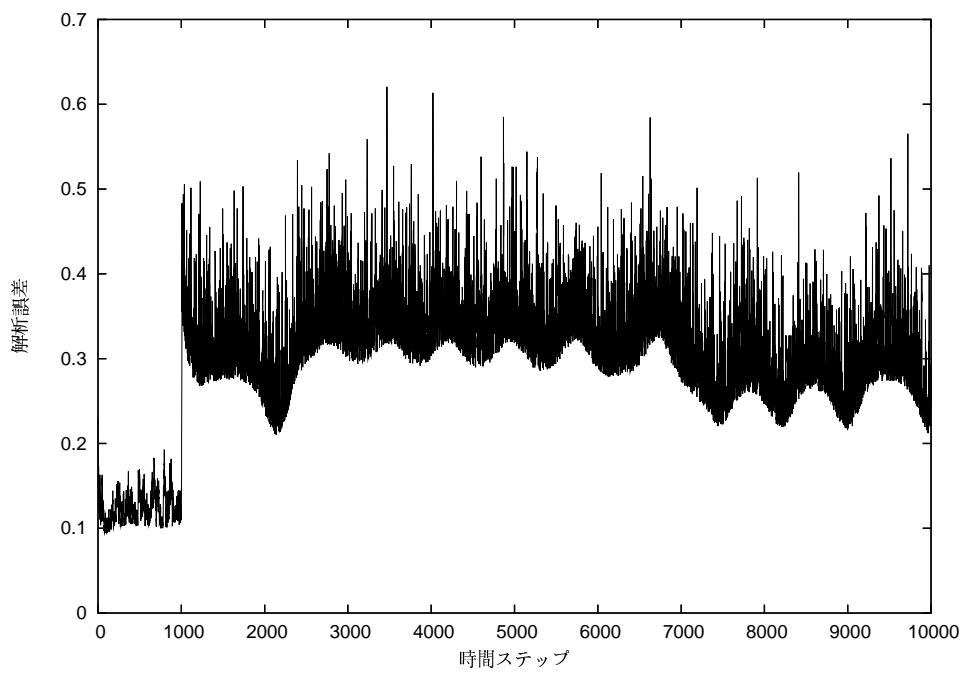


図 5.21: 時間ステップ 1000 までは SRF を使い、それ以降では PO 法で実装した場合の解析誤差の時間経過

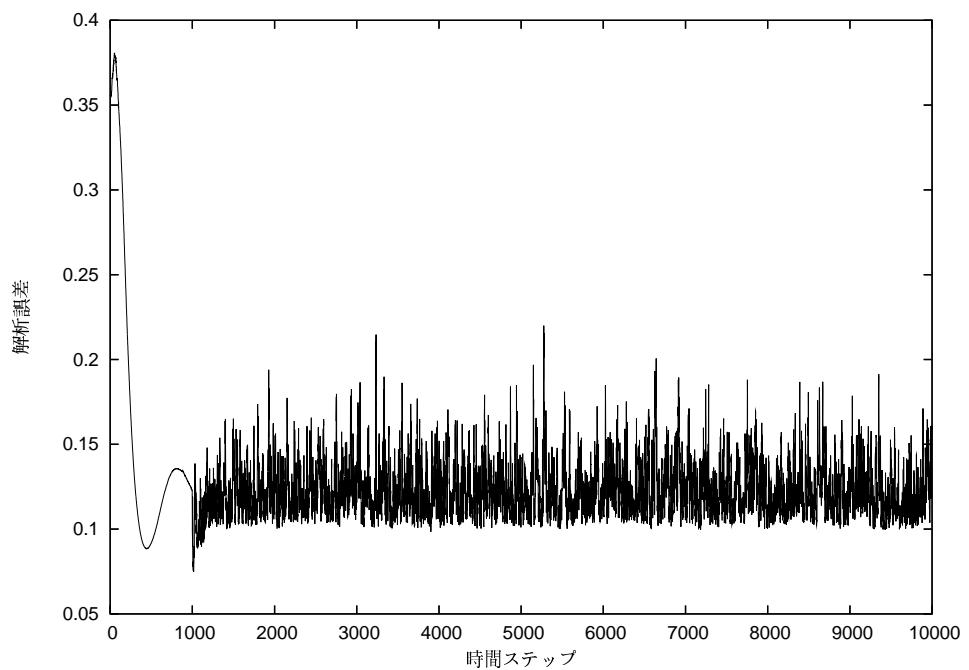


図 5.22: 時間ステップ 1000 までは PO 法を使い、それ以降では SRF で実装した場合の解析誤差の時間経過

第6章 考察とまとめ

EnKF をモデル変数が 3 変数であるローレンツモデルで検証した。このモデルは化学反応中の振動や、対流を表す方程式を簡単にした方程式からなり、解の時間的振舞が非常に複雑である。ローレンツモデルを用いて、最適アンサンブルサイズの調査(実験 1)、PO 法と SRF による同化実験(実験 2)、PO 法と SRF での解析誤差の比較実験(実験 3)と初期摂動依存性を調査する実験(追加実験 1)、両手法を適用な時間ステップで切替える実験(追加実験 2)の五つの実験を行った。

解析誤差は、先行研究より、アンサンブルサイズの増加と共に減少していく予想であったが、実験 1 より、40 アンサンブルメンバーまで解析誤差は減少傾向であったものの、40 以上からは増加傾向となった。これは、アンサンブルスプレッドの広がりがアンサンブルメンバーの増加に伴い、モデルの分岐点で大きくなつたことによるものであると考えられる。また、サンプリングエラーの減少により、320 メンバーでは再び解析誤差は小さくなつた。

アンサンブル予報では 時間ステップ約 1500 でのアンサンブルスプレッドの増大により、解析誤差が急激に増大してしまい、ローレンツモデルの予報は正確なものではなかつた。しかし、PO 法と SRF を用いてデータ同化をすることにより、モデルの分岐点でのアンサンブルスプレッドの増加を抑え、共に精度の良いモデルの再現に成功した。それぞれの手法で特徴的な解析誤差の時間変化がみられた。PO 法での解析誤差は、周期的な増減があった。また、初めの数ステップでの誤差の最大振幅は大きく、各アンサンブルメンバーに与えた初期誤差を上回っていたが、時間経過により、次第に最大振幅は減少していった。一方、SRF での解析誤差は、大きな時間的変化はなく、時間的・空間的に 0.1 ~ 0.15 の間でほぼ一定であった。

PO 法と SRF の解析誤差を比較してみると、時間ステップ 2000 までは PO 法の誤差が SRF よりも非常に大きかった。その後は、一時的な PO 法の誤差の増大があったものの、基本的に SRF の誤差がより大きくなつていていた。全体を通して PO 法の解析誤差が SRF よりも大きくなつてていたのは、誤差が周期的に増大している時間ステップにほぼ一致していた。

PO 法と SRF の解析誤差の総和を比べると、PO 法がより小さくなつた。しかし、RMSE での比較では SRF の方が良い結果となつた。

ローレンツモデルにおいて PO 法と SRF の両手法とも、初期摂動依存性は低かったが、手法を適用な時間ステップで切替えたとき、PO 法の解析誤差には観測に摂動を与えることによるランダムノイズの混入が原因と考えられる振動がみられた。それに対し、SRF は安定な誤差構造を保つていた。以上から、ローレンツモデルにおいての最適な同化手法は SRF であると考えられる。

今後の方針として、EnKF (SRF) を GCM に適用し、特に予報精度について研究していく
きたいと考えている。

謝辞

本研究を進めるにあたり、研究テーマを決まる段階から熱心に御指導していただきました 山崎孝治 教授に深く感謝いたします。FORTRAN について丁寧に解説していただきました 谷本陽一 准教授に感謝申し上げます。

忙しいのも関わらず、多くの初步的な質問・疑問に答え、根気強く指導していただきました 吉田 康平氏に心から御礼申し上げます。

多くの御指導、意見をしていただきました研究室の先輩方に御礼申し上げます。本研究に限らず、親身になって個人的な相談に乗っていただき、本研究でも貴重な意見をしてくださいました 小橋川豊 氏、坂崎貴俊 氏に心より御礼申し上げます。また、共に 4 年間がむしゃらに頑張ってきた同期の仲間に御礼申し上げます。

参考文献

- [1] Takemasa Miyoshi, and Shozo Yamane, 2007: Local Ensemble Transform Kalman Filtering with an AGCM at a T159/L48 Resolution
- [2] 露木義・川畠拓矢(編集), 2008 : 気象学におけるデータ同化, 気象研究ノート 第 217 号, 日本気象学会
- [3] 三好建正・本田有機, 2007 : 気象学におけるデータ同化, 日本気象学会機関誌 54巻 4 号 287~290
- [4] 三好建正, 2005 : アンサンブルカルマンフィルタ-データ同化とアンサンブル予報の接点-, 日本気象学会機関誌「天気」 52巻 2号 93~104
- [5] ピエール ベルジェ・イヴェ ポモウ・クリスチャン ビダル, 1993 : カオスの中の秩序-乱流の理解へ向けて-, 産業図書
- [6] 藤井孝彌, 1994 : 流体力学の数値計算法, 東京大学出版社